第26章

電流與電阻

26.2 電流

雖然電流是一連串移動的電荷，但並不是所有移動的電荷都構成電流。假如說有一電流通過一特定表面，則一定有淨電荷流經該表面。下列兩個例子可以幫助闡明上述的意義。

1. 在一段孤立的銅線裡，自由電子，即導電電子，以 10^6m/s 的速率隨機運動。假如令一假想面通過這樣一個導線，則從兩邊通過該面的導電電子數目會高達每秒數十億之多——但是，因為沒有淨電荷的傳輸，所以沒有電流產生。不過，若是在銅線的兩端接上電池，將會造成電子流動稍微偏向某一方向，以至有淨電荷傳輸，所以就產生電流了。

2. 水管中水的流動方向代表正電荷(水分子中的質子)的運動方向，其流動的速率是每秒數百萬庫侖。但因為有相同數量的負電荷(水分子中的電子)也以同一方向流動，所以沒有淨電荷的傳輸。

26.2 電流

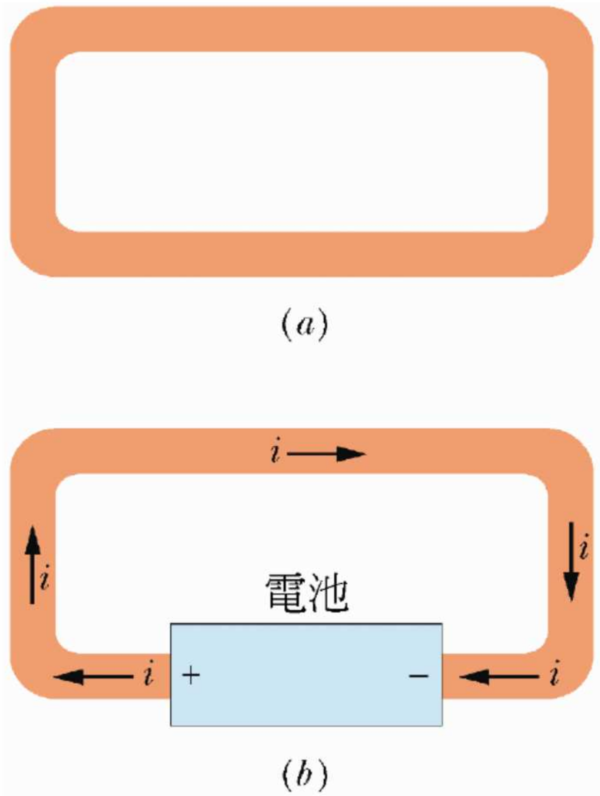


圖 26-1 (a)靜電平衡的銅金屬迴路。因為整個迴路處於同一電位，所以其內部每一點的電場均為零。加上電池即代表在迴路的兩端加上電位差。此電池會在迴路內產生電場，因而使電荷沿著迴路移動。此電荷的移動即形成電流 i。

26.2 電流

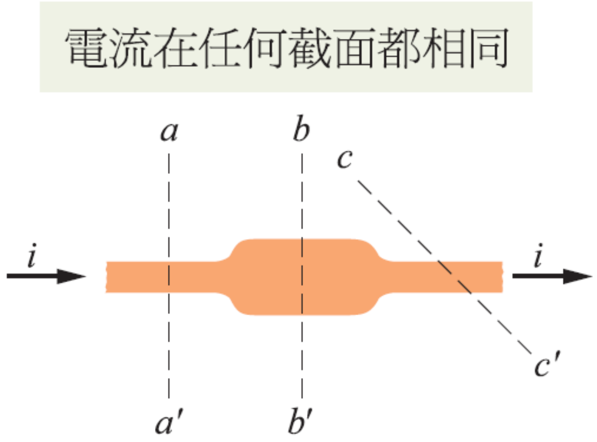


圖 26-2 通過導體的電流 i，在平面 aa’、bb’及 cc’處的電流值都一樣。

圖26-2 是一個已經有電流流動的導體迴路中的一小部份。假如在時間dt 內，通過某一虛構平面(如aa’)的電荷量是dq，則通過這個平面的電流i 定義為

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(definition of current).}$$

透過積分我們可以算出從0 延伸到t 的時間內通過該平面的電荷為

$$q = \int dq = \int_0^t i\, dt$$

在穩態狀況之下，無論是通過平面aa’、bb’、cc’，以及所有在導體中任何完整截面上的電流都是相同的，不論此截面所在的位置或方向為何。

電流的SI單位為如下：

$$1 \text{ ampere} = 1 \text{ A} = 1 \text{ coulomb per second} = 1 \text{ C/s.}$$

26.2 電流

電流箭號的方向是依據正電荷載子的運動方向而定，即使實際的電荷載子是負電荷載子，且往相反方向移動。

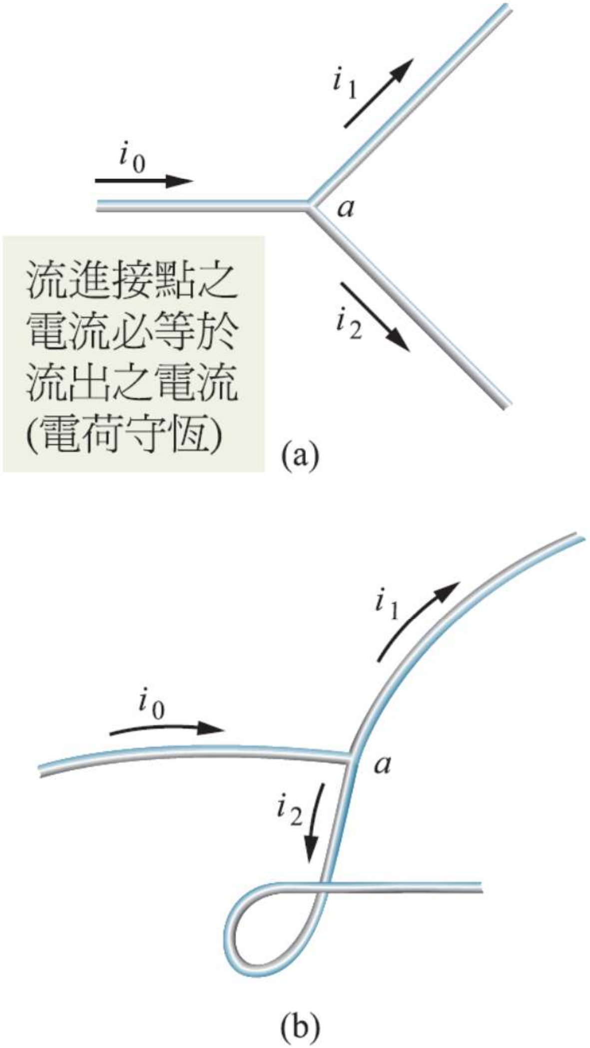


圖 26-3 在接 a 點處，i0=i1+i2 的關係式恆為正確，無論這三條導線在空間裡的位置與方向為何。電流是純量，不是向量。

範例 26.1 電流為某一點的電荷通過率

水以體積流率 dV/dt 等於 450 cm^3/s 流經花園的水管。則其負電荷電流為何？

關鍵概念

負電荷電流 i 是來自於流過水管的水分子中的電子。電流即爲負電荷通過任一水管橫截面的流率。

計算 我們可以用每秒通過該截面的分子數來表示該電流如下

$$i=(\text{每電子電荷})(\text{每分子電子數})(\text{每秒分子數})$$

或 $$i=(e)(10)\frac{dN}{dt}$$

因爲水分子(H_2O)中，單一氧原子有 8 個電子，且兩個氫原子中各有 1 個電子，所以我們代入每一個分子中含有 10 個電子。

我們可用已知的體積流率 dV/dt 來表示 dN/dt，首先先寫出

$$(\text{每秒分子數})=(\text{每莫耳分子數})(\text{每單位質量莫耳數})\times(\text{每單位體積質量數})(\text{每秒體積})$$

「每莫耳分子數」爲亞佛加厥數 N_A。「每單位質量莫耳數」爲每莫耳質量倒數，也就是水的分子量 M。「單位體積質量」爲水的(質量)密度 ρ_{mass}。每秒體積爲體積流率 dV/dt。所以，我們有

$$\frac{dN}{dt}=N_A\left(\frac{1}{M}\right)\rho_{\text{mass}}\left(\frac{dV}{dt}\right)=\frac{N_A\rho_{\text{mass}}}{M}\frac{dV}{dt}$$

將此 i 代入的方程式中，可得

$$i=10eN_A M^{-1}\rho_{\text{mass}}\frac{dV}{dt}$$

其中亞佛加厥數 NA 等於 6.02×10^{23} 分子/莫耳，或 6.02×10^{23} mol^{-1}，及利用表 15-1 可知水的密度 ρ_{mass} 在一般條件下爲 1000 kg/m^3。我們可由附錄 F 中的莫耳質量表(每莫耳克數)獲得水的莫耳質量：將一個氧原子的莫耳質量(16 克/莫耳)加上兩個氫原子的莫耳質量(1 克/莫耳)，可得 18 克/莫耳= 0.018 公斤/莫耳。因此，由於水中電子所致的負電電流爲：

$$\begin{aligned}i&=(10)(1.6\times10^{-19}\,\text{C})(6.02\times10^{23}\,\text{mol}^{-1})\\&\quad\times(0.018\,\text{kg/mol})^{-1}(1000\,\text{kg/m}^3)(450\times10^{-6}\,\text{m}^3/\text{s})\\&=2.41\times10^{7}\,\text{C/s}=2.41\times10^{7}\,\text{A}\\&=24.1\,\text{MA}\end{aligned}\quad\text{(答)}$$

負電荷電流與組成水分子之三個原子核中的正電荷電流相等，互相抵消。因此，沒有淨電荷流通過水管。

26.3 電流密度

電流密度***J***等於通過一截面的單位面積之電流。其方向相同於正電的移動電荷，相反於負電的移動電荷。

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}.$$

若電流在面積元上為均勻且平行於 ***dA*** ，則 ***J*** 亦同

$$i = \int J\, dA = J \int dA = JA$$

$$J = \frac{i}{A},$$

其中 *A* 是表面的總面積。

電流密度的 SI 單位為A/m^2。

26.3 電流密度

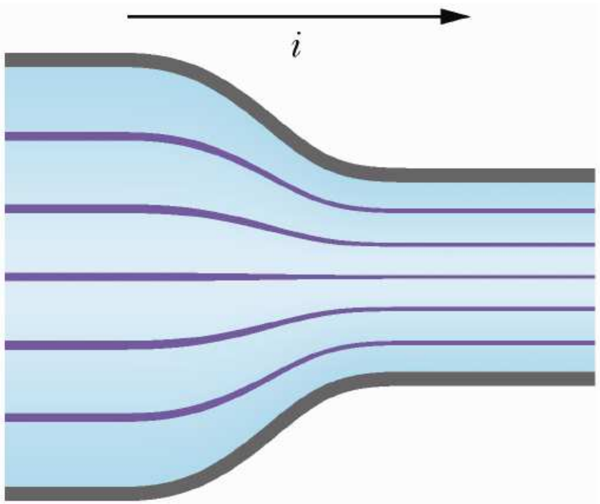


圖 26-4 導體中流動電荷的電流密度可用電流線來表示。

圖26-4 所示為如何以類似的一組線來表示電流密度，我們稱為電流線。

圖26-4 中向右行進的電流，是從左邊較寬的導體轉移到右邊較窄的導體。因為電荷在此轉移中是守恆的，所以電荷量以及電流量不會改變。

然而，電流密度確實變了——它在較窄的導體中較大。電流線的間隔暗示了電流密度的增加；較密的流線代表了較大的電流密度。

26.3 電流密度：飄移速率

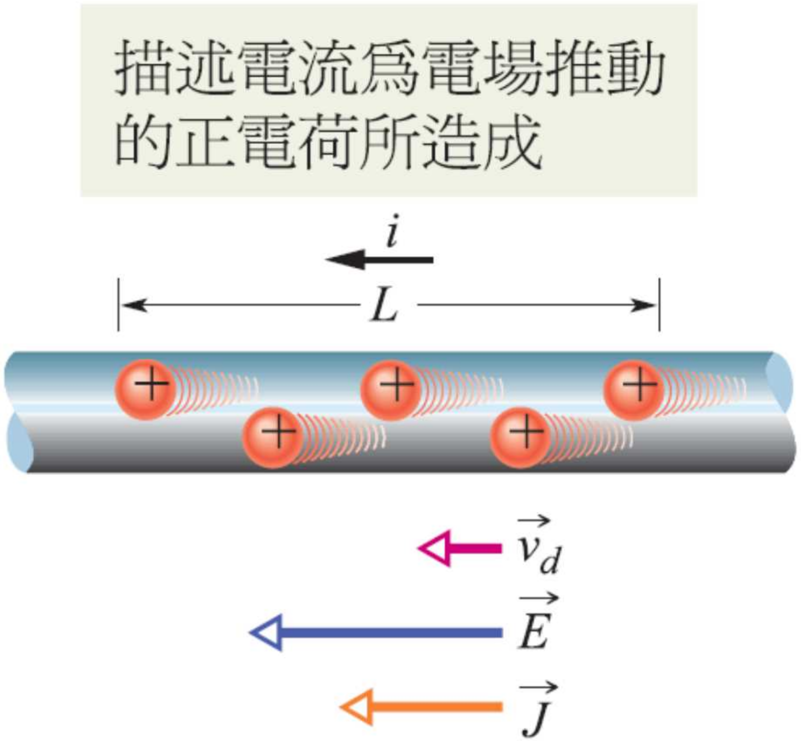


圖 26-5 正電荷載子在外加電場 $\vec{E}$ 的方向上，以速率 vd 漂移。根據慣例，電流密度 $\vec{J}$ 的方向及電流箭號均畫在相同方向。

26.3 電流密度：飄移速率

當導體內沒有電流通過時，其傳導電子的移動是隨機的，在任何方向都沒有淨運動。當導體有電流通過後，這些電子實際上仍是任意移動的，但此時它們傾向於以漂移速率vd，沿著與引起電流的外加電場相反的方向漂移。此漂移速率與隨機運動的速率相比的話是很微小的。

圖26-5 所示為正電載子沿著外加電場E方向的等效漂移。假設這些帶電載子均以相同的漂移速率vd 移動，且通過導線截面積A的電流密度J 是均勻的。在長度L的導線中帶電載子的數目為nAL，其中n 為每單位體積的載子數。

在長度L 中的載子(均帶電荷e)的總帶電荷為 $q = (nAL)e.$

因為載子均以vd的速率沿著導線移動，上式的總電荷在下式時間間隔內通過導線的任何截面

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

$$\Rightarrow \quad i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d. \quad \Rightarrow \quad v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{J} = (ne)\vec{v}_d.}$$

範例 26.2　均勻與非均勻電流密度

(a)在半徑 $R = 2.0$ mm 的圓柱導線中之電流密度，在此導線的截面上是均勻分佈，其大小為 $J = 2.0 \times 10^5$ A/m^2。在導線外緣部份，通過徑向距離 $R/2$ 到 R 之間的電流是多少(圖 26-6a)？

關鍵概念

電流密度 J，電流 i 與截面積 A，因爲電流密度在截面處是均勻的，我們可以使用 26-5 式($J = i/A$)來將上述三個數值關聯起來。

計算 我們所要的只是通過較小的截面積 A' 的電流(而不是全部面積)，此面積爲

$$A' = \pi R^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{3R^2}{4}\right)$$

$$= \frac{3\pi}{4}(0.0020\,\text{m})^2 = 9.424\times10^{-6}\,\text{m}^2$$

所以，將 26-5 式重寫如下

$$i = JA'$$

再代入數據，得

$$i = (2.0\times10^5\ \text{A/ m}^2)(9.424\times10^{-6}\,\text{m}^2)$$

$$= 1.9\,\text{A} \qquad \text{(答)}$$

(b)假設此時通過截面的電流密度隨徑向距離而變，即 $J = ar^2$，其中 $a = 3.0 \times 10^{11}$ A/m^4 且 r 的單位是公尺。現在，通過同樣的導線靠外緣部份的電流為何？

關鍵概念

此處的關鍵概念爲，因爲電流密度不均勻，我們必須使用 26-4 式($i = \int \vec{J}\cdot d\vec{A}$)，並對電流密度積分，範圍爲導線從 $r = R/2$ 到 $r = R$ 的部分。

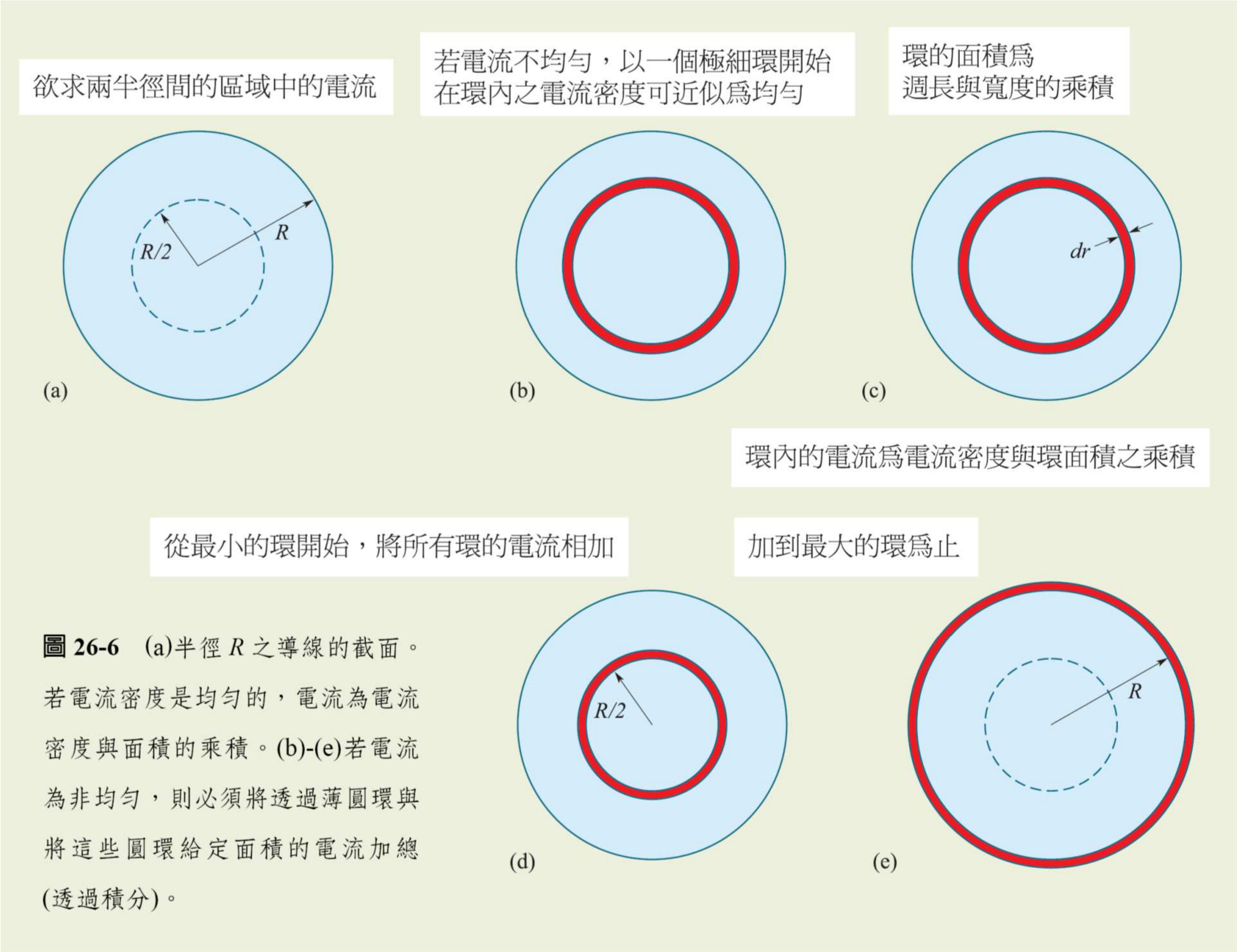


圖 26-6　(a)半徑 R 之導線的截面。若電流密度是均勻的，電流為電流密度與面積的乘積。(b)-(e)若電流為非均勻，則必須將透過薄圓環與將這些圓環給定面積的電流加總(透過積分)。

計算 電流密度向量 $\vec{J}$ (沿著導線的長度)及微量面積向量 $d\vec{A}$ (垂直導線截面)有相同的方向。因此

$$\vec{J}\cdot d\vec{A} = J\,dA\cos 0 = J\,dA$$

我們需要以某個能在 $r = R/2$ 及 $r = R$ 之間積分的東西取代微分面積 dA。最簡單的替代品(因爲 J 是 r 的函數)爲圓周 $2\pi r$、寬 dr 的細環面積 $2\pi r dr$(見圖 26-6b)。如此我們便可以 r 爲積分變數來進行積分。則 26-4 式爲

$$\begin{aligned} i &= \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int J\,dA \\ &= \int_{R/2}^{R} ar^2\, 2\pi r\, dr = 2\pi a \int_{R/2}^{R} r^3 dr \\ &= 2\pi a\left[\frac{r^4}{4}\right]_{R/2}^{R} = \frac{\pi a}{2}\left[R^4 - \frac{R^4}{16}\right] = \frac{15}{32}\pi a R^4 \\ &= \frac{15}{32}\pi(3.0\times 10^{11}\ \mathrm{A/m^4})(0.0020\,\mathrm{m})^4 = 7.1\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

(答)

範例 26.3　電流中傳導電子移動非常緩慢

試問當半徑為 $r = 900\ \mu\text{m}$ 的銅導線內具有均勻電流 $I = 17$ mA 時，其內部傳導電子的漂移速率為何？假設每一個銅原子提供一個傳導電子，且在導線的橫截面上，電流密度是均勻的。

關鍵概念

1. 漂移速率 v_d 與電流密度 $\vec{J}$ 和單位體積內的傳導電子數目 n 有關，其關係式爲 26-7 式，其可寫爲 $J = nev_d$。
2. 因爲電流密度是均勻的，它的大小 J 可根據 26-5 式，與電流 i 和導線尺寸相關($J = i/A$，其中 A 爲導線的橫截面面積)。
3. 因爲我們假設每一原子提供一個傳導電子，所以單位體積的傳導電子數 n 與單位體積的原子數相同。

計算　我們先由第三點開始，並寫下

$$n = \begin{pmatrix}\text{每單位}\\\text{體積原}\\\text{子數}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{每莫耳}\\\text{原子數}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{每單位}\\\text{質量原}\\\text{子數}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{每單位}\\\text{體積質}\\\text{量數}\end{pmatrix}$$

每莫耳的原子數即爲亞弗加厥數 N_A (6.02×10^{23} mol^{-1})。每單位質量的莫耳數爲每莫耳質量之倒數，此處爲銅的莫耳質量 M 的倒數。每單位體積的質量爲銅的(質量)密度 ρ_{mass}。因此

$$n = N_A\left(\frac{1}{M}\right)\rho_{\text{mass}} = \frac{N_A\rho_{\text{mass}}}{M}$$

因此由附錄 F 中，我們可查出銅的莫耳質量 M 和密度 ρ_{mass}，所以我們可得(配合一些單位的轉換)

$$n = \frac{(6.02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1})(8.96\times10^{3}\ \text{kg/m}^3)}{63.54\times10^{-3}\ \text{kg/mol}}$$
$$= 8.49\times10^{28}\ \text{electrons/m}^3$$

或 $n = 8.49 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$。

接下來，我們將前兩個關鍵概念合併爲

$$\frac{i}{A} = nev_d$$

將 A 以 πr^2($=2.54 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$)代入，並解出 v_d，可得

$$v_d = \frac{i}{ne(\pi r^2)}$$
$$= \frac{17\times10^{-3}\ \text{A}}{(8.49\times10^{28}\ \text{m}^{-3})(1.6\times10^{-19}\ \text{C})(2.54\times10^{-6}\ \text{m}^2)} \quad \text{(答)}$$
$$= 4.9\times10^{-7}\ \text{m/s}$$

其僅爲 1.8 mm/h，比動作遲緩的蝸牛還慢。

光很快　你可能會問：「假如電子的漂移速率那麼慢，爲什麼電燈開關一開便立即亮起來？」造成迷惑的原因乃是將電子漂移速率與電場變化沿導線傳遞的速率混爲一談。後者的傳遞速率接近光速，導線內各處的電子，包括電燈內的，幾乎立刻就開始漂移。同樣的當你打開水龍頭，在水管充滿水的狀況下，壓力波沿著水管以音速傳遞。而水本身在水管內流動的速率(也許以染料標誌測量)卻緩慢得多。

26.4 電阻與電阻率

在導體的兩點加以電位差V，並測量電流i 之值。然後即可算出電阻R 為

$$R = \frac{V}{i} \qquad \text{(definition of } R\text{)}.$$

電阻的SI 單位是伏特/安培。因為這個組合常常出現，所以我們給它一個專有名稱，歐姆(符號Ω)，即

$$1 \text{ ohm} = 1\ \Omega = 1 \text{ volt per ampere}$$
$$= 1 \text{ V/A}.$$

在電路圖中，電阻圖形為 $-\!\!\wedge\!\!\!\vee\!\!\!\wedge\!\!\!\vee\!\!-$

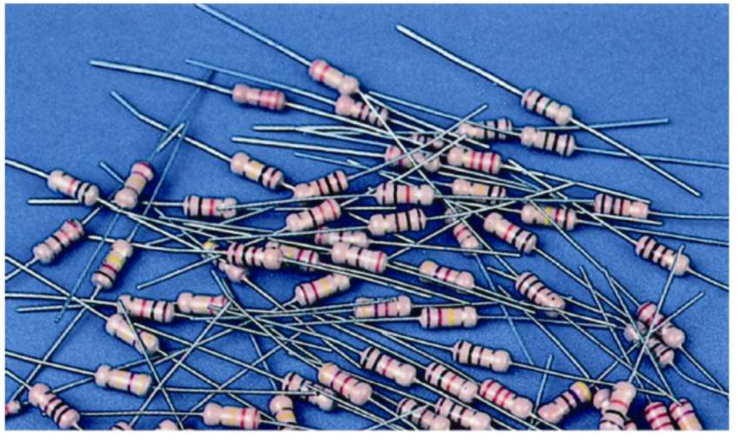


圖 26-7　一些電阻的種類，圓形帶是表示阻值的色碼。(The Image Works)

26.4 電阻與電阻率

電阻率ρ 定義為：

$$\rho = \frac{E}{J} \Rightarrow \vec{E} = \rho\vec{J}.$$

其SI單位為Ω.m。

導電率 σ 為電阻率之倒數：

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \vec{J} = \sigma\vec{E}.$$

表 26-1

某些材料的室溫(20℃)電阻率

材料	電阻率 ρ (Ω·m)	電阻率的溫度係數 α (K^{-1})
典型金屬		
銀	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
銅	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
金	2.35×10^{-8}	4.0×10^{-3}
鋁	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
錳銅 [a]	4.82×10^{-8}	0.002×10^{-3}
鎢	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
鐵	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
鉑	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
典型半導體		
純矽	2.5×10^{3}	-70×10^{-3}
n 型矽 [b]	8.7×10^{-4}	
p 型矽 [c]	2.8×10^{-3}	
典型絕緣體		
玻璃	10^{10}-10^{14}	
熔融石英	$\sim10^{16}$	

[a] 特殊設計而 α 值很小的合金。

[b] 滲入磷雜質在純矽中，使其電荷載子密度為 1023m-3。

[c] 滲入鋁雜質在純矽中，使其電荷載子密度為 1023m-3。

26.4 電阻與電阻率：由電阻率計算電阻

電阻是物體的性質。電阻率則是材料的性質。

$$E = V/L \quad \text{and} \quad J = i/A.$$

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A}.$$

$$R = \rho\frac{L}{A}.$$

電流由電位差所驅動

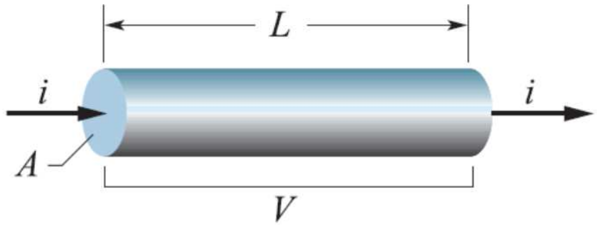


圖 26-9 在長度為 L，截面積為 A 的導線兩端加上電位差 V，就會產生電流 i。

若電流線所表示的電流密度在整條導線上為均勻分佈，則在導線上各點的電場及電流密度均為定值

26.4 電阻與電阻率：隨溫度之變化

對於銅線及大部份的金屬而言，在廣大溫度範圍內，溫度和電阻率之間呈現線性關係。所以依據此線性關係，我們可以歸納出近似結果，供大部份工程上的應用。

$$\boxed{\rho - \rho_0 = \rho_0\alpha(T - T_0).}$$

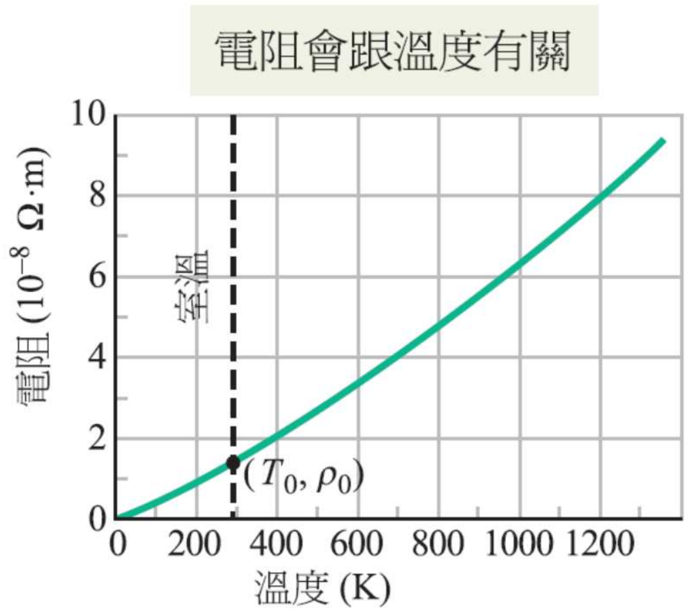


圖 26-10 銅線的電阻率與溫度的函數關係。曲線上的點是很便利的參考點(T0=293 K，ρ0=1.69×10-8Ω・m)。

範例 26.4　具有電阻率的材料，一個具有電阻的材料

一矩形的鐵塊形狀為 1.2 cm × 1.2 cm × 15 cm。於其平行的兩端面，施予電位差，其施加方式如圖 26-7b 所示使得施加電位的面呈現等電位。試問在下列兩種施加電位差的情形下，鐵塊的電阻是多少：(1) 電位差施加於正方形端表面(1.2 cm × 1.2 cm)，(2)兩個矩形端表面(1.2 cm × 15 cm)？

關鍵概念

一物體的電阻與電位如何施加在該物體上有關。尤其是，根據 26-16 式($R = \rho L/A$)，它取決於 L/A 的比例，其中，A 是施以電位差的表面面積，L 爲電位差施加表面之間分隔的距離。

計算　在第一種情形下，L = 15 cm = 0.15 m，而且

$$A = (1.2\ \text{cm})^2 = 1.44 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

由表 26-1 中我們查出在室溫下鐵的電阻率 ρ，將這些數值代入 26-16 式，我們得到第一種情形下的電阻

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m})(0.15\,\text{m})}{1.44\times10^{-4}\,\text{m}^2}3 \qquad \text{(答)}$$
$$= 1.0\times10^{-4}\,\Omega = 100\,\mu\Omega$$

在第二種情形下，鐵塊的 L = 1.2 cm，而且長方形面積 A = (1.2 cm)(15 cm)，從 26-16 式可以得到

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m})(1.2\times10^{-2}\,\text{m})}{1.80\times10^{-3}\,\text{m}^2} \qquad \text{(答)}$$
$$= 6.5\times10^{-7}\,\Omega = 0.65\,\mu\Omega$$

26.5 歐姆定律

歐姆定律是主張流經裝置的電流總是正比於施加於裝置兩端的電位差。

當裝置的電阻與施加於其兩端的電位差之大小及極性無關時，該導電裝置遵守歐姆定律。

當一個導電材料的電阻率與所加的電場大小及方向無任何關係時，我們稱此導電材料符合歐姆定律。

26.5 歐姆定律

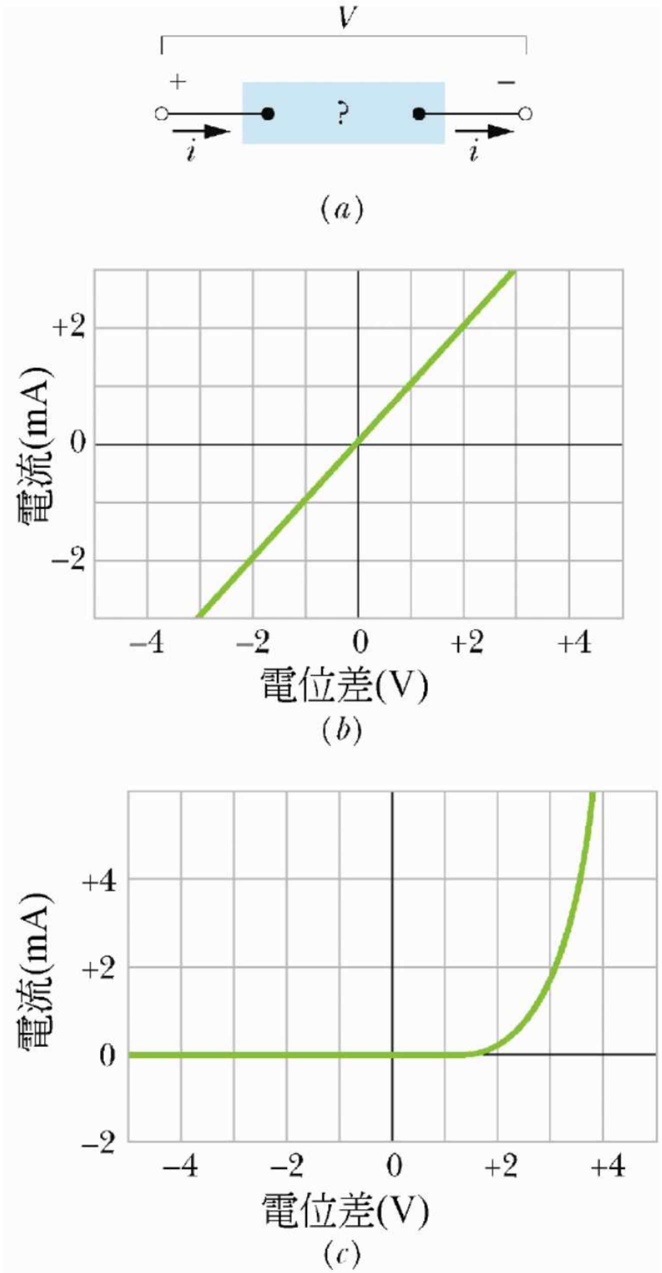


圖 26-11 (a)裝置的兩端，加以電位差，即能建立電流 i。(b)當裝置為一個 1000 Ω 電阻器時所畫出的 V-i 圖。(c)當裝置為一個半導體(pm 接面二極體)時的 V-i 圖。

26.6 歐姆定律的微觀觀點

常假設金屬中的傳導電子以一個單一等效速率移動，即 v_{eff}, 且此速率基本上與溫度無關。對於銅， v_{eff} =1.6 x10^{6}m/s。

當我們施加電場至金屬樣品時，在電場的反方向電子會微微的改變其隨機運動，並以平均漂移速率vd 緩慢地移動。電子在典型金屬導體中的漂移速率(約5×10^{-7} m/s)比其等效速率(1.6×10^{6}m/s)小很多個數量級。

傳導電子在電場*E*中的運動是來自隨機的碰撞和電場*E*兩者之結合。

假若把一質量為m 的電子放置在大小等於E 的電場中，由牛頓第二定律可得到電子所產生的加速度為

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}.$$

在碰撞間的平均時間t 內，電子獲得飄移速率 v_d =*at.*

$$\Rightarrow \quad v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}.$$

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d \Rightarrow v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m} \Rightarrow E = \left(\frac{m}{e^2 n\tau}\right) J. \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{m}{e^2 n\tau}.}$$

範例 26.5　平均自由時間與平均自由距離

(a)計算銅的傳導電子碰撞間的平均自由時間 τ。

關鍵概念

銅的平均自由時間 τ，近似為常數，且與外加電場無關。因此我們不需考慮任何外加電場的值。然而，因為在電場下銅的電阻率 ρ 與 τ 有關，我們可由 26-22 式($\rho = m/e^2 n\tau$)求出平均自由時間 τ。

計算　我們可得

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho} \qquad (26\text{-}23)$$

(每單位體積的電荷載子數量是 $8.49 \times 10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$)。從表 26-1 上則可查出 ρ。因此分母為

$$(8.49\times10^{28}\ \mathrm{m^{-3}})(1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C})^2(1.69\times10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m})$$
$$=3.67\times10^{-17}\ \mathrm{C^2\cdot\Omega/m^2} = 3.67\times10^{-17}\ \mathrm{kg/s}$$

其中，單位轉換為

$$\frac{\mathrm{C^2\cdot\Omega}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{C^2\cdot V}}{\mathrm{m^2\cdot A}} = \frac{\mathrm{C^2\cdot J/C}}{\mathrm{m^2\cdot C/s}} = \frac{\mathrm{kg\cdot m^2/s^2}}{\mathrm{m^2/s}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

接著我們可算出平均自由時間為

$$\tau = \frac{9.1\times10^{-31}\ \mathrm{kg}}{3.67\times10^{-17}\ \mathrm{kg/s}} = 2.5\times10^{-14}\ \mathrm{s} \qquad \text{(答)}$$

(b)導體中傳導電子的平均自由路徑 λ，為電子於兩次碰撞間所行經的平均距離(此定義與 19-6 節中氣體分子的平均自由路徑同)。求銅的傳導電子之平均自由路徑 λ，假設等效速率 $v_{\mathrm{eff}} = 1.6 \times 10^6$ m/s?

關鍵概念

任一粒子以定速率 v 於時間 t 內所行走的距離爲 $d = vt$。

計算 對銅中的電子而言，可得

$$\lambda = v_{\text{eff}}\tau \tag{26-24}$$

$$= (1.6\times10^{6}\ \text{m/s})(2.5\times10^{-14}\ \text{s})$$

$$= 4.0\times10^{-8}\ \text{m} = 40\ \text{nm} \qquad \text{(答)}$$

這個值大約爲銅晶格中兩鄰近離子間距離的 150 倍。因此每一傳導電子於碰撞另一電子前，會經過許多個銅原子。

26.7 電路中的功率

左邊的電池提供能量
給傳導電子而形成電流

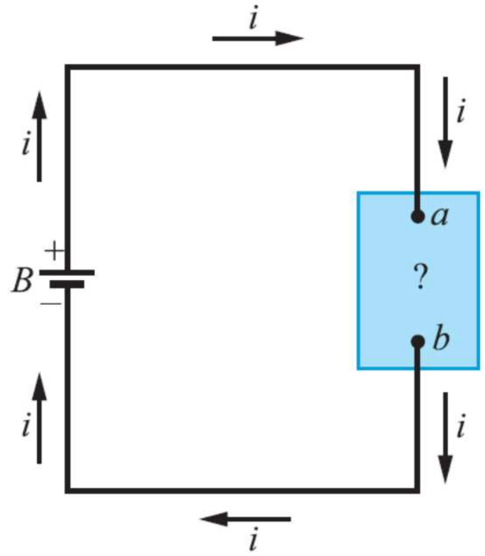


圖 26-13 電池 B 在連有「不明裝置」的電路中建立電流 i。

圖中電池兩端連接一外加導電路徑。此電路中產生一穩態電流 i ，方向為端點 a 向端點 b。在dt時間內在兩端點間移動之電荷量dq 等於 $i\,dt$。

此電荷量dq 移動時，電位減少 V ，因此其電位能減少

$$dU = dq\,V = i\,dt\,V.$$

此減少對應的能量轉換功率P 為 dU/dt

$$\boxed{P = iV \qquad \text{(rate of electrical energy transfer).}}$$

$$\boxed{P = i^2R \qquad \text{(resistive dissipation)}} \Rightarrow \boxed{P = \frac{V^2}{R} \qquad \text{(resistive dissipation).}}$$

功率的單位為(V A). ➡ $1\ \text{V}\cdot\text{A} = \left(1\,\frac{\text{J}}{\text{C}}\right)\left(1\,\frac{\text{C}}{\text{s}}\right) = 1\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\ \text{W}.$

範例 26.6　載流導線的能量耗損率

有一鎳鉻鐵合金的均勻電熱線，電阻 R 為 72 Ω。試求下列情形的能量消耗：(1)跨接於電熱線全長的電壓是 120 V，(2)將電熱線剪成兩半，將 120 V 電壓接於每一半電熱線的兩端？

關鍵概念

電流在電阻性物質中，會產生力學能轉化爲熱能的轉換，轉換率由 26-26 到 26-28 式所提供。

大小與方向　因爲我們已知電位 V 和電阻值 R，從 26-28 式，狀況 1 中電熱線的功率爲

$$P=\frac{V^2}{R}=\frac{(120\,\mathrm{V})^2}{72\Omega}=200\,\mathrm{W} \qquad \text{(答)}$$

在狀況 2 中，電熱線一半長度的電阻爲(72 Ω)/2 或 36 Ω。所以一半電熱線的消耗功率爲

$$P'=\frac{(120\,\mathrm{V})^2}{36\Omega}=400\,\mathrm{W}$$

則兩個「一半長度電熱線」的總功率是

$$P=2P'=800W \qquad \text{(答)}$$

爲單段電熱線的四倍。這似乎建議你去買一電熱線圈後，把它剪成兩半，再連接起來以便獲得四倍的熱輸出。爲什麼這不是一個好主意呢？(線圈的電流會發生什麼改變？)

26.8 半導體

表 26-2			
銅及矽的一些電性質			
性質	**單位**	**銅**	**矽**
材料的種類		金屬	半導體
帶電載子密度	m^{-3}	8.49×1028	1×1016
電阻率	Ω·m	1.69×10-8	2.5×103
電阻的溫度係數	K^{-1}	+4.3×10-3	-70×10-3

純矽的電阻率如此高是因為事實上矽是絕緣體，也因此純矽不會直接用在微電子線路上。在純矽中加入少量的特殊雜質原子可減少純矽的電阻率(此過程稱為摻雜)。

半導體與絕緣體相似，但欲使其電子自由活動的能量並不需要那麼的大。更重要的是，摻雜的雜質可在物質內提供受束縛較輕且容易驅動的電子或正電荷載子。更重要的是，藉由對半導體的摻雜控制，我們可以控制組成電流之電荷載子的密度，因此，進而可以控制它的一些電性。

導體中的電阻率為 $\rho = \dfrac{m}{e^2 n\tau}$,

在半導體中，n 值很小，但當溫度升高而使熱擾動增加時，帶電載子的數目便會迅速增加。這導致電阻率降低，如表26-2 所示，半導體的電阻率具有負溫度係數特性。半導體中的碰撞率也會像金屬般的增加，但是這個效應會被迅速增加的帶電載子數目所所抵消。

26.9 超導體

由液態氫所冷卻的超導體材料，使一圓盤形磁鐵浮在空中，金魚則在缸中自在游動。(感謝日本東京國際超導科技中心(Interrnational Superconductivity Technology Cener)的Shoji Tonaka提供照片)

在1911 年，荷蘭物理學家Kamerlingh Onnes 發現大約在4 K 的溫度下，水銀的電阻率會完全消失(見圖26-14)。這種超導電性的現象，對科技有巨大的重要性，因為這代表著電荷在超導體中流動時，其能量不會以熱能的形式消失。例如，超導體環中的感應電流能維持好幾年而不減少，組成此電流的電子一開始需要力及能量源，但此後即不再需要。

1986 年前，因為要達到產生此效應的超低溫的費用非常昂貴，超導科技的發展因而受到限制。但在1986 年，新的陶瓷材料被發現，能在較高溫度(也較便宜)產生超導性。在室溫下應用超導元件也許會成為事實。超導性和導電性是相當不同的。事實上，最好的導體，如銀或銅，不管在任何溫度都不會變成超導體，而新的陶瓷超導體，當其溫度沒有低到可到達超導態時，都是絕緣體。

對於超導性的一個解釋為：構成電流的電子是成對移動的。電子對的其中一個電子在移動時，使得超導材料中的分子結構變形，並在鄰近的地方造成短暫的正電荷集中。另一個電子便會被此正電荷吸引。根據此理論，這樣的電子對可以防止它們與分子碰撞，並消除電阻。對於1986年以前，較低溫的超導體可用此理論加以解釋，但對較新的，較高溫的超導體，則需要出現新理論。

8th Ed【CH26】Ohm’s Law

9th Ed【CH26】Current and Resistance

8th Ed：Homework of Chapter 26：

3, 7, 9, 11, 13, 17, 23, 27, 33, 37, 43, 47, 53

8th Ed【Problem 26-3】: 9th Ed【Problem 26-3】

A charged belt, $50cm$ wide, travels at $30m/s$ between a source of charge and a sphere. The belt carries charge into the sphere at a rate corresponding to $100\mu A$. Compute the surface charge density on the belt.

一帶電帶子，寬 50 公分，在球與帶電源間以$30m/s$旅行。帶子將電荷傳到球體直到$100\mu A$。計算帶子表面電荷密度。

<解>: We adapt the discussion in the text to a moving two-dimensional collection of charges. Using σ for the charge per unit area and w for the belt width, we can see that the transport of charge is expressed in the relationship $i = \sigma v w$, which leads to

$$\sigma = \frac{i}{vw} = \frac{100\times10^{-6}\ \text{A}}{(30\ \text{m/s})(50\times10^{-2}\ \text{m})} = 6.7\times10^{-6}\ \text{C/m}^2.$$

8th Ed【Problem 26-7】：9th Ed【Problem 26-5】

A beam contains 2×10^{8} doubly charged positive ions per cubic centimeter, all of which are moving north with a speed of $1\times10^{5} m/s$ .What are the (a) magnitude and (b) direction of the current density $\vec{J}$ (c) What additional quantity do you need to calculate the total current i in this ion beam?

一光束，每立方公分包含 2×10^{8} 個雙電荷正離子，所有這些都是以速度 $1\times10^{5} m/s$ 向北移動。問電流密度的（a）大小和（b）方向，（c）在這個離子束中，你需要計算什麼額外的量？

<解>：(a) The magnitude of the current density is given by $J = nqv_d$, where n is the number of particles per unit volume, q is the charge on each particle, and v_d is the drift speed of the particles. The particle concentration is $n = 2\times10^{8}/cm^{3} = 2\times10^{14} m^{-3}$, the charge is

$$q = 2e = 2(1.6\times10^{-19} C) = 3.2\times10^{-19} C,$$

and the drift speed is $1\times10^{5} m/s$. Thus,

$$J = \left(2\times10^{14}\ /\ \mathrm{m}\right)\left(3.2\times10^{-19}\ \mathrm{C}\right)\left(1.0\times10^{5}\ \mathrm{m/s}\right) = 6.4\ \mathrm{A/m^{2}}.$$

(b) Since the particles are positively charged the current density is in the same direction as their motion, to the north.

(c) The current cannot be calculated unless the cross-sectional area of the beam is known. Then $i = JA$ can be used.

8th Ed【Problem 26-9】: 9th Ed【Problem 26-13】

How long does it take electrons to get from a car battery to the starting motor? Assume the current is $300A$ and the electrons travel through a copper wire with cross-sectional area $0.21cm^2$ and length $0.85m$. The number of charge carriers per unit volume is $8.49\times10^{28}m^{-3}$.

從汽車電池到馬達啓動，電子需要花多少時間？假設電流爲$300A$和電子穿過一銅導線，其橫截面面積$0.21cm^2$、長度$0.85m$。每單位體積載流子的數目$8.49\times10^{28}m^{-3}$。

<解>：We use $v_d=\dfrac{J}{ne}=\dfrac{i}{Ane}$. Thus,

$$t=\frac{L}{v_d}=\frac{L}{i/Ane}=\frac{LAne}{i}=\frac{(0.85\text{m})\left(0.21\times10^{-14}\,\text{m}^2\right)\left(8.47\times10^{28}/\text{m}^3\right)\left(1.60\times10^{-19}\,\text{C}\right)}{300\,\text{A}}$$

$$=8.1\times10^2\,\text{s}=13\,\text{min}.$$

8th Ed【Problem 26-11】: 9th Ed【Problem 26-9】

The magnitude $J(r)$ of the current density in a certain cylindrical wire is given as a function of radial distance from the center of the wire's cross section as $J(r) = Br$, where r is in meters, J is in amperes per square meter, and $B = 2\times10^5 A/m^3$. This function applies out to the wire's radius of 2.00 mm. How much current is contained within the width of a thin ring concentric with the wire if the ring has a radial width of $10\mu m$ and is at a radial distance of 1.20 mm?

某一柱狀導線電流密度大小爲 $J(r)$ ，從導線截面積中心點的距離可以給出一個方程式， $J(r) = Br$ ，其中 r 單位爲 m，J 單位爲 A/m^2 ， $B = 2\times10^5 A/m^3$ 。此方程式適用於導線半徑 2mm 內，如果有一個環徑向寬度 $10\mu m$ ，是在徑向距離 1.2mm，多少電流是包含在內？

<解>: We note that the radial width $\Delta r = 10\mu m$ is small enough (compared to $r = 1.2mm$) that we can make the approximation $\int Br2\pi r dr \approx Br2\pi r\Delta r$

Thus, the enclosed current is $2\pi Br^2\Delta r = 18.1\mu A$. Performing the integral gives the same answer.

8^{th} Ed【Problem 26-13】: 9^{th} Ed【Problem 26-11】

What is the current in a wire of radius $R = 3.4mm$ if the magnitude of the current density is given by (a) $J_a = \frac{J_0 r}{R}$ and (b) $J_b = J_0(1 - \frac{r}{R})$, in which r is the radial distance and $J_0 = 5.5 \times 10^4 A/m^2$?

(c) Which function maximizes the current density near the wire's surface?

問半徑爲 $R = 3.4mm$ 的電流大小，如果電流密度爲（a）$J_a = \frac{J_0 r}{R}$ 及（b）$J_b = J_0(1 - \frac{r}{R})$，其中 r 是徑向距離，$J_0 = 5.5 \times 10^4 A/m^2$？（c）靠近導線表面，哪個函數提高了電流密度？

<解>：(a) The current resulting from this non-uniform current density is

$$i = \int_{\text{cylinder}} J_a dA = \frac{J_0}{R}\int_0^R r \cdot 2\pi r dr = \frac{2}{3}\pi R^2 J_0 = \frac{2}{3}\pi (3.40 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 (5.50 \times 10^4\,\text{A/m}^2).$$

$$= 1.33\ \text{A}$$

(b) In this case,

$$i = \int_{\text{cylinder}} J_b dA = \int_0^R J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr = \frac{1}{3}\pi R^2 J_0 = \frac{1}{3}\pi (3.40 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 (5.50 \times 10^4\,\text{A/m}^2)$$

$$= 0.666\ \text{A}.$$

(c) The result is different from that in part (a) because J_b is higher near the center of the cylinder (where the area is smaller for the same radial interval) and lower outward, resulting in a lower average current density over the cross section and consequently a lower current than that in part (a). So, J_a has its maximum value near the surface of the wire.

8^{th} Ed【Problem 26-17】: 9^{th} Ed【Problem 26-19】

What is the resistivity of a wire of 1.0 mm diameter, 2.0 m length, and $50 m\Omega$ resistance?

問，一直徑 1mm，長 2mm，電阻爲 $50m\Omega$ 的電阻率爲何？

<解>: The resistance of the wire is given by $R=\dfrac{\rho L}{A}$, where ρ is the resistivity of the material, L is the length of the wire, and A is its cross-sectional area. In this case,

$$A=\pi r^2=\pi\left(0.50\times10^{-3}\ \text{m}\right)^2=7.85\times10^{-7}\ \text{m}^2.$$

Thus, $$\rho=\frac{RA}{L}=\frac{\left(50\times10^{-3}\,\Omega\right)\left(7.85\times10^{-7}\ \text{m}^2\right)}{2.0\,\text{m}}=2.0\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m}.$$

8th Ed【Problem 26-23】: 9th Ed【Problem 26-27】

Two conductors are made of the same material and have the same length. Conductor A is a solid wire of diameter 1.0 mm. Conductor B is a hollow tube of outside diameter 2.0 mm and inside diameter 1.0 mm. What is the resistance ratio $\frac{R_A}{R_B}$, measured between their ends?

兩個導體是由相同的物質，並具有相同的長度。導體 A 是實心電線，直徑 1mm。導體 B 是一個空心管，外徑為 2mm，內徑 1mm。測量他們的兩端點，問電阻比值 $\frac{R_A}{R_B}$ 為何？

<解>: The resistance of conductor A is given by $R_A = \frac{\rho L}{\pi r_A^2}$, where r_A is the radius of the conductor.

If r_o is the outside diameter of conductor B and r_i is its inside diameter, then its cross-sectional area is $\pi(r_o^2 - r_i^2)$, and its resistance is $R_B = \frac{\rho L}{\pi\left(r_o^2 - r_i^2\right)}$.

The ratio is $\frac{R_A}{R_B} = \frac{r_o^2 - r_i^2}{r_A^2} = \frac{(1.0\,\text{mm})^2 - (0.50\,\text{mm})^2}{(0.50\,\text{mm})^2} = 3.0.$

8th Ed【Problem 26-27】: 9th Ed【Problem 26-29】

A potential difference of 3.00 nV is set up across a 2.00 cm length of copper wire that has a radius of 2.00 mm. How much charge drifts through a cross section in 3.00 ms?

一直徑 2mm，長 2 公分銅線，設定它的電位差為 3nV，秒間在 3ms 間，截面積通過的電荷為何？

<解>：First we find the resistance of the copper wire to be

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1.69\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m})(0.020\ \text{m})}{\pi(2.0\times10^{-3}\ \text{m})^2} = 2.69\times10^{-5}\ \Omega\ .$$

With potential difference $V = 3.00\ \text{nV}$, the current flowing through the wire is

$$i = \frac{V}{R} = \frac{3.00\times10^{-9}\,\text{V}}{2.69\times10^{-5}\,\Omega} = 1.115\times10^{-4}\ \text{A}\ .$$

Therefore, in 3.00 ms, the amount of charge drifting through a cross section is

$$\Delta Q = i\Delta t = (1.115\times10^{-4}\ \text{A})(3.00\times10^{-3}\ \text{s}) = 3.35\times10^{-7}\ \text{C}\ .$$

8th Ed【Problem 26-33】：9th Ed【Problem 26-31】

An electrical cable consists of 125 strands of fine wire, each having $2.65\mu\Omega$ resistance. The same potential difference is applied between the ends of all the strands and results in a total current of $0.75A$. (a) What is the current in each strand? (b) What is the applied potential difference? (c) What is the resistance of the cable?

一電纜由 125 股細導線組成，每個有 $2.65\mu\Omega$ 電阻。同樣的電位差被施加在所有細股導線的兩端，結果總電流爲 $0.75A$。（a）每一細股導線的電流爲何？（b）每一細股導線被施加的電位差爲何？（c）電纜的電阻爲何？

<解>：(a) The current in each strand is $i=\dfrac{0.75A}{125}=6\times10^{-3}A$

(b) The potential difference is $V=iR=(6\times10^{-3}A)(2.65\times10^{-6}\Omega)=1.59\times10^{-8}V$

(c) The resistance is $R_{total}=\dfrac{2.65\times10^{-6}\Omega}{125}=2.12\times10^{-8}\Omega$

8th Ed【Problem 26-37】: 9th Ed【Problem 26-37】

Show that, according to the free-electron model of electrical conduction in metals and classical physics, the resistivity of metals should be proportional to $\sqrt{T}$, where T is the temperature in kelvins. (See Eq. 19-31.)

請推導出，根據金屬導體和古典物理的自由電子模型，金屬的電阻率應和$\sqrt{T}$成正比，其中T是溫度，單位為 kelvins。（見方程式：19-31）。

<解>：From Eq. 26-25, $\rho \propto \tau^{-1} \propto v_{eff}$. The connection with v_{eff} is indicated in part (b) of Sample Problem 26-6, which contains useful insight regarding the problem we are working now. According to Chapter 20, $v_{\text{eff}} \propto \sqrt{T}$. Thus, we may conclude that $\rho \propto \sqrt{T}$.

8^{th} Ed【Problem 26-43】：9^{th} Ed【Problem 26-45】

A 1250 W radiant heater is constructed to operate at 115 V. (a) What is the current in the heater when the unit is operating? (b) What is the resistance of the heating coil? (c) How much thermal energy is produced in 1.0 h?

一個 1250 W 的輻射加熱器被構建 115V 下工作（a）加熱器在工作時的電流爲何？（b）加熱線圈的電阻爲何？（c）一小時有多少熱能產生？

<解>：(a) The power dissipated, the current in the heater, and the potential difference across the heater are related by $P = iV$. Therefore,

$$i = \frac{P}{V} = \frac{1250\ \text{W}}{115\ \text{V}} = 10.9\ \text{A}.$$

(b) Ohm's law states $V = iR$, where R is the resistance of the heater. Thus,

$$R = \frac{V}{i} = \frac{115\ \text{V}}{10.9\ \text{A}} = 10.6\ \Omega.$$

(c) The thermal energy E generated by the heater in time $t = 1h = 3600s$ is

$$E = Pt = (1250\ \text{W})(3600\ \text{s}) = 4.50\times10^{6}\ \text{J}.$$

8^{th} Ed【Problem 26-47】: 9^{th} Ed【Problem 26-53】

A 120 V potential difference is applied to a space heater that dissipates 500 W during operation. (a) What is its resistance during operation? (b) At what rate do electrons flow through any cross section of the heater element?

一個 120 伏的電位差施加在一個空間加熱器，操作過程中消耗 500 瓦。（a）運作過程中的電阻爲何？（b）電子流動通過加熱截面積的速率爲何？

<解>：(a) From $P = \dfrac{V^2}{R}$ we find $R = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{(120V)^2}{500W} = 28.8\Omega$.

(b) Since $i = \dfrac{P}{V}$, the rate of electron transport is

$$\frac{i}{e} = \frac{P}{eV} = \frac{500\text{ W}}{(1.60\times10^{-19}\text{ C})(120\text{ V})} = 2.60\times10^{19}\text{ / s.}$$

8th Ed【Problem 26-53】: 9th Ed【Problem 26-51】

Wire C and wire D are made from different materials and have length $L_C = L_D = 1m$. The resistivity and diameter of wire C are $2\times10^{-6}\Omega\cdot m$ and 1.00 mm, and those of wire D are $1\times10^{-6}\Omega\cdot m$ and 0.50 mm. The wires are joined as shown in Fig. 26-35, and a current of 2.0 A is set up in them. What is the electric potential difference between (a) points 1 and 2 and (b) points 2 and 3? What is the rate at which energy is dissipated between (c) points 1 and 2 and (d) points 2 and 3?

電線 C 和電線 D 是不同的材質製成，而且長度 $L_C = L_D = 1m$。電線 C 的電阻率為 $2\times10^{-6}\Omega\cdot m$，長度為 1mm。電線 D 為$1\times10^{-6}\Omega\cdot m$和 0.5mm。兩電線如圖 26-53 組合，並通過 2A 電流。問（a）點 1 和點 2，（b）點 2 和點 3 的電位差？（c）點 1 和點 2 和（d）點 2 和點 3 的能量消耗率？

<解>：(a) We use Eq. 26-16 to compute the resistances:

$$R_C = \rho_C \frac{L_C}{\pi r_C^2} = (2.0\times10^{-6}\ \Omega\cdot\text{m})\frac{1.0\ \text{m}}{\pi(0.00050\ \text{m})^2} = 2.55\ \Omega.$$

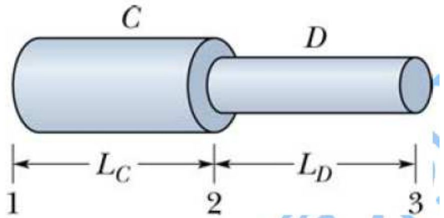
The voltage follows from Ohm's law: $|V_1 - V_2| = V_C = iR_C = (2.0\ \text{A})(2.55\ \Omega) = 5.1\text{V}$.

(b) Similarly, $R_D = \rho_D \dfrac{L_D}{\pi r_D^2} = (1.0\times10^{-6}\ \Omega\cdot\text{m})\dfrac{1.0\ \text{m}}{\pi(0.00025\ \text{m})^2} = 5.09\ \Omega$

and $|V_2 - V_3| = V_D = iR_D = (2.0\ \text{A})(5.09\ \Omega) = 10.2\text{V} \approx 10\text{V}$.

(c) The power is calculated from Eq. 26-27: $P_C = i^2 R_C = 10\,\text{W}$.

(d) Similarly, $P_D = i^2 R_D = 20\,\text{W}$.



(圖 26-53)