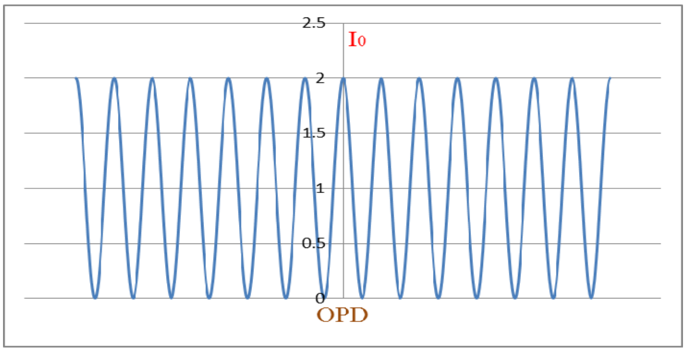
實驗八：同調

光的同調（Coherence）可以分成兩個部分來討論，一個是時間同調（Temporal Coherence），另一個是空間同調（Spatial Coherence）。同調的種類：

- 時間同調（Temporal Coherence）：所謂Temporal Coherence（時間變數的同調性）指的是，考慮兩波動時，固定空間座標使兩波動具備相同的空間座標軸，僅討論兩波動在運動過程中所造成的時間變數差異。例如：Michelson Interferometer
- 空間同調（Spatial Coherence）：所謂Spatial Coherence（空間變數的同調性）指的是，考慮兩波動時，固定時間座標使兩波動具備相同的時間座標軸，僅討論兩波動在運動過程中所造成的空間變數差異。例如：Young's Interference
- 時間與空間同調（Spatiotemporal Coherence）

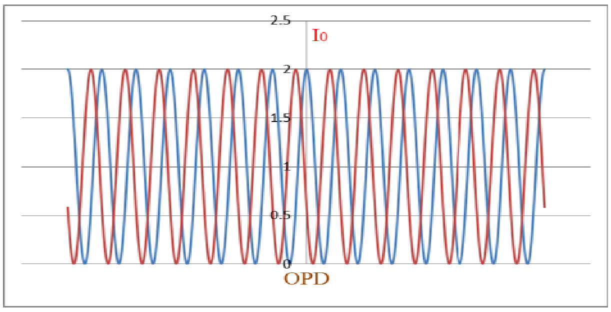
【補充】空間同調：

在討論時間同調時，是取不同頻率的光；而在討論空間同調時，我們則是取不同空間的光疊加，來看他的明晰度V。假設兩道單色光振幅相同，偏振一致，其干涉的波動方程式爲 $I = I_0(1+\cos\delta)$，其中相位差 $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot OPD$。當光源爲完美點光源時，干涉強度如圖7，此時在任何位置，明晰度都是1。

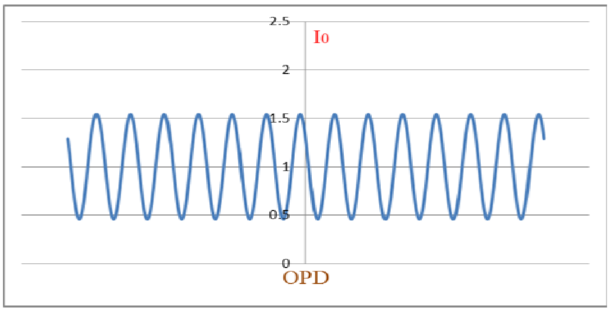


（圖 7）

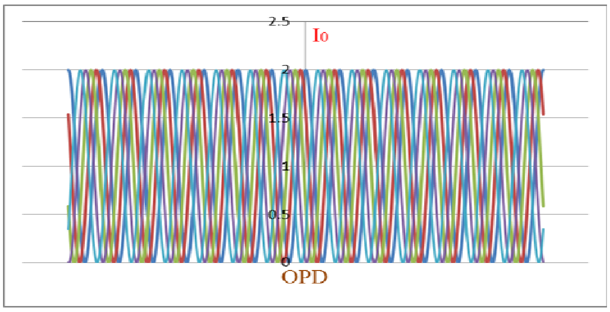
當光源爲 2 個點光源時，合成波的強度如圖 9，此時在任何位置的明晰度相同，但$V<1$。當光源的大小越來越大，數量越來越多時，其合成波的明晰度會愈來愈小，直到$V=0$。

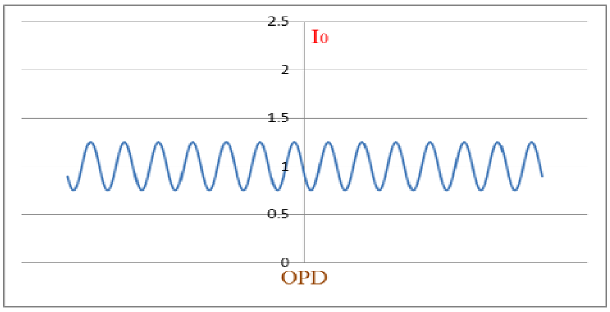


（圖 8）



（圖 9）





（圖 10）　　　　　　　　　　（圖 11）

$$E_1 = E_{01}\cos(kz - \omega t + \theta_1)$$

$$E_2 = E_{02}\cos(kz - \omega t + \theta_2)$$

$$E = E_1 + E_2 = E_{01}\cos(kz - \omega t + \theta_1) + E_{02}\cos(kz - \omega t + \theta_2)$$

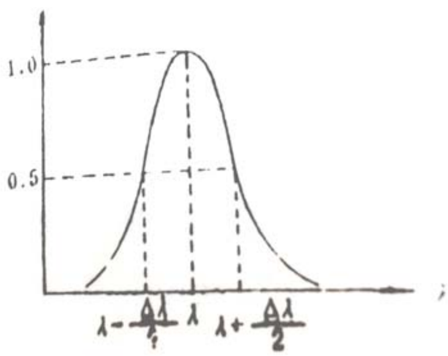
$$= E_0\cos(kz - \omega t + \theta)$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta$$

$$\delta = \tan^{-1}\frac{E_{01}\sin\theta_1 + E_{02}\sin\theta_2}{E_{01}\cos\theta_1 + E_{02}\cos\theta_2}$$

理想光源爲單色點光源，但實際上光源會因爲有限頻寬$\Delta\nu$造成時間同調，和有限大小Δx引起空間同調的問題。

一般我們所說的單色光，指的是有一定頻寬的光源。單色光在光譜圖中，其光照度與波長的關係如下圖，最大光照度所對應的波長λ稱爲峰波長，也就是一般我們口語所說的單色光波長。在峰波長左右兩側，光照度爲最大值一半，所對應下來的兩個波長$\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}$、$\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}$，其波長差$\Delta\lambda$稱爲譜線半峰値寬度，亦稱爲譜線帶寬，$\Delta\lambda$所對應的頻率差爲色光的頻寬$\Delta\nu$。



（圖）

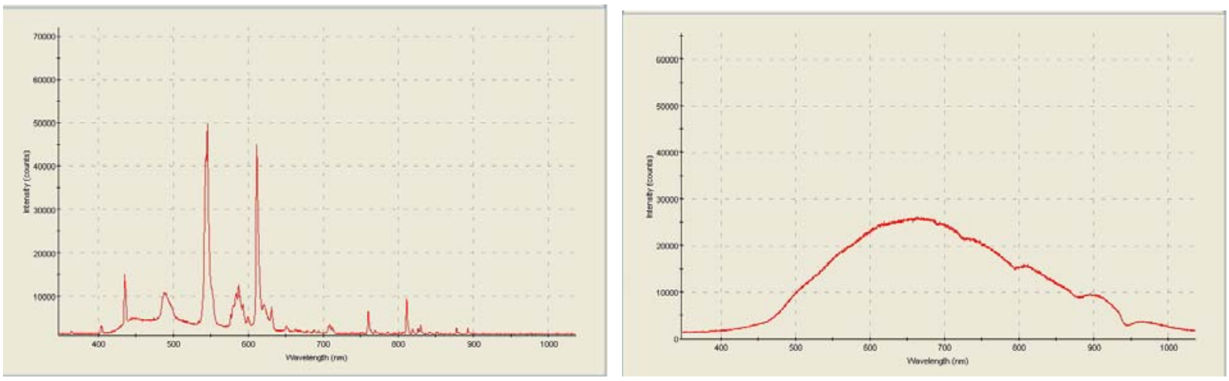
光譜的譜線可以大致分類成

1、線光譜-譜線與譜線間間格明顯，譜線帶寬小於 1nm。

2、帶光譜-由一些譜帶組成，光譜帶寬為數 nm。

3、連續光譜-光譜沒有間斷，是連續的，不像線光譜是一條一條譜線組成。

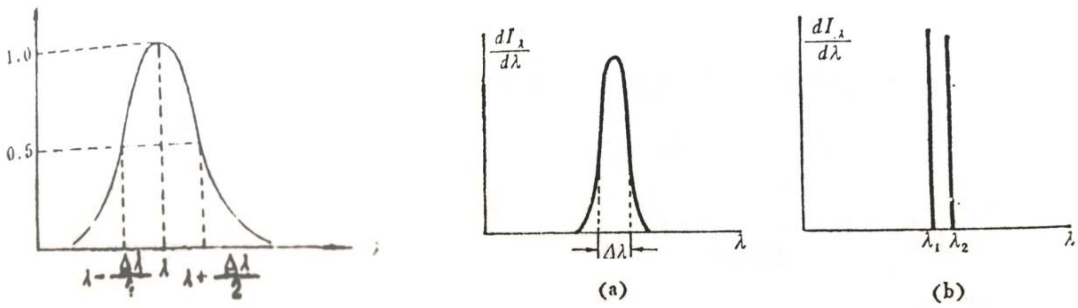
4、混合光譜-由線光譜、帶光譜、連續光譜組合而成。



（圖）左圖為線光譜（日光燈），右圖為連續光譜

光源的非單色性：

從光譜的角度來看，純粹的單色光意味著無限窄的單一譜線，但實際上，這在自然界是不存在的，任何譜線都有一定線寬 $\Delta\lambda$ 。一般以光照度下降到一半時所對應的波長範圍 $\Delta\lambda$ 為譜線寬度（線寬），亦稱為譜線的半值寬度（half value width）。



在光學波段中，一般分類是 $\Delta\lambda \sim 10$ Å的譜線算是單色性較差的。 $\Delta\lambda \sim 10^{-2}$ Å的譜線，算是單色性比較好的。 $\Delta\lambda \sim 10^{-5}$ Å的譜線，單色性極好。利用高解析度的光譜儀去分析還會發現，有些看起來是單色的譜線，其實是由波長十分接近的雙線或多線組成。

假設邁克森干涉儀兩路徑光強一樣，兩束單色光同調疊加後，強度 I 隨相位 δ 變化為 $I(\delta) = I_0(1+\cos\delta)$。改變其中一路徑，使得光程差為 ΔL ，當 ΔL 達到某一距離時，干涉條紋消失，即反襯度降為 0。此時 $\Delta L_{\max} = \dfrac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$ ，稱 $\Delta L_{\max}$ 為最大光程差。

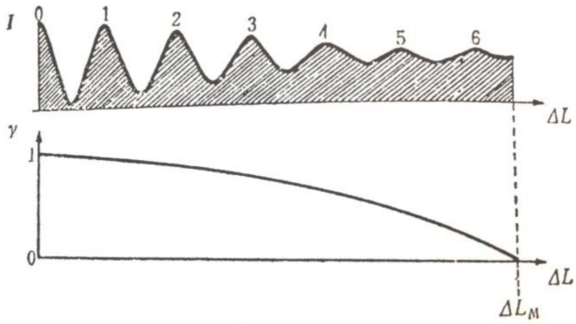


圖 4-8　單色線寬對條紋反襯度的影響

光源中的分子或原子經由自發輻射或受激輻射過程，發射出光波波列，但每次分子或原子所發射的光波波列是有限長的，光波波列的長度與他們所處的環境有關，如果發射光波的分子或原子受其他分子原子影響，使得發射光波的過程受到干擾，則發射出的光波波列會較短。但在超高真空，氣體分子相互作用機可以忽略的情況下，光源發射的波列持續的時間τ_0也不會超過$10^{-8}s$。

自然界光源的發光過程以自發輻射爲主，是一種隨機發射的過程，分子或原子先後發射不同波列，或是不同分子原子發射不同波列，波列與波列彼此之間無任何關連。

雷射光源雖然是由受激輻射所產生，但每次發光的持續時間τ_0還是有限的。也可以說每次發射的波列長度ℓ_0是有限的。τ_0和ℓ_0的關係爲$\ell_0 = v\tau_0$，其中 $v = \frac{c}{n}$爲波速。若用光程$L_0 = n\ell_0$來表示，則$L_0 = c\tau_0$。

時間同調性討論的問題是，在點源 S 的波場中，沿著波線相距多遠的兩點P_1和P_2是同調的？判斷方式是比較 光程差$\Delta L = \overline{SP_1} - \overline{SP_2}$ 與 光程L_0 的大小。

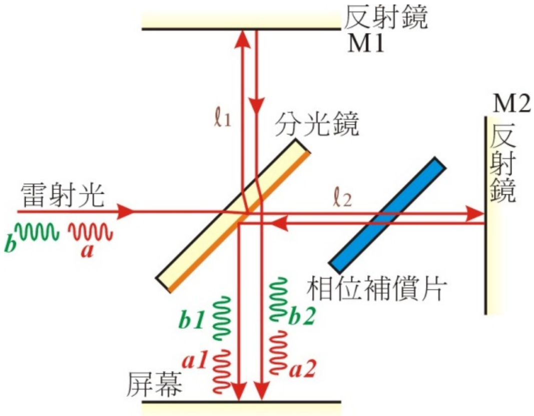
當$\Delta L > L_0$時，P_1和P_2不可能屬於同一波列，他們不可能同調。

當$\Delta L < L_0$時，P_1和P_2有可能屬於同一波列，他們可能是部分同調。

當$\Delta L = 0$時，P_1和P_2完全同調。因此L_0又稱爲同調長度，相對應的傳播時間$\tau_0 = \frac{L_0}{c}$稱爲同調時間。光源的時間同調性好壞，可以用**同調長度**或**同調時間**來衡量。

時間的同調性可以用邁克森干涉儀來測量，雷射光光源先後產生兩道波列，a 和 b，假設長度皆爲L_0。每道波列又都被分光鏡分成兩道波列，其中經由 M1 反射鏡反射到屏幕的爲 a1

和 b1 波列，經由 M2 反射鏡反射到屏幕的為 a2 和 b2 波列。a 波列和 b 波列沒有固定相位關係；只有同一波列分光出來的波列有固定相位關係，比如 a 波列和 a1 波列；而由不同波列所分出來的波列也沒有固定相位關係，如 a1 波列和 b2 波列。



（圖 1）

當兩條路徑的光程差$\Delta L = \ell_1 - \ell_2$小於同調長度$L_0$時，表示 a1 和 a2 波列有機會重疊產生干涉。但若是$\Delta L > L_0$，同一波列分出來的兩道波列首尾分開，此時就無法產生干涉。

一列沿著 x 方向的單色平片波，可用複振幅表示：$U = Ae^{ikx}$。假設他是一個嚴格的單色波，因此 A 與 x 無關，波列為無限長。

一個線寬為Δk的譜線，複振幅改寫為$U(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} a(k)e^{ikx}dk$。假設$k$在$k_0 \pm \frac{\Delta k}{2}$之間，$a(k) = \frac{\pi A}{\Delta k}$為常數，超出此範圍時為 0。

$$U(x) = \frac{A}{\Delta k}\int_{k_0-\frac{\Delta k}{2}}^{k_0+\frac{\Delta k}{2}} e^{ikx}dk = A\frac{\sin\frac{\Delta kx}{2}}{\frac{\Delta kx}{2}}e^{ik_0x} \ldots（*）$$

（*）式子代表一個波的封包。振幅分佈為$\left|A\frac{\sin\frac{\Delta kx}{2}}{\frac{\Delta kx}{2}}\right|$，

在$x = 0$的地方，振幅最大。

在$x = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$，振幅為 0。可以視為波列的端點。

故波列長度L_0的數量級為$L_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$。

頻率ν與真空波長λ的關係爲$\nu = \dfrac{c}{\lambda}$，所以$\Delta\nu = -\dfrac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$。

將$L_0 = \dfrac{c}{\Delta\nu}$ 代入 $L_0 = c\tau_0$ 得到 $\tau_0\Delta\nu \approx 1$。

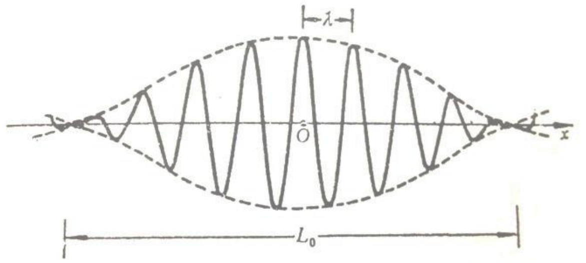


圖 4-14 譜線寬度與波列長度的關係

$L_0 \approx \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ 和 $\tau_0\Delta\nu \approx 1$ 兩個式子告訴我們，波列的**空間長度**與**持續時間**都是與譜線寬度成反比。也就是說，波列越短，頻帶越寬，極短的脈衝光具有極寬的頻譜。反之，譜線越窄，波列越長，只有無限窄的單色譜線，其波列才是無限長。因此，“波列長度是有限的”與“光不是單一頻率”這兩件事是等效的。

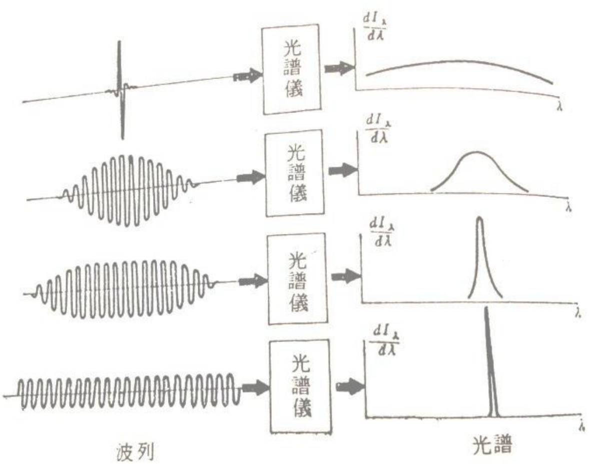


圖 4-15 波列長度與譜寬的反比關係

光源會因爲有限頻寬$\Delta\nu$造成時間同調，和有限大小Δx引起空間同調的問題。

時間同調（Temporal Coherence）：
假設τ_c爲光源發光的平均持續時間。t和$t+\Delta t$，是兩個觀察時刻。
1、$\Delta t < \tau_c$ ➲ 在這兩個時刻，到達同一觀察點的兩道光振動的相位多少有一些相關連，使得干涉條紋得以產生。

2、$\Delta t > \tau_c$ ➲ 在這兩個時刻，到達同一觀察點的兩道光振動的相位沒有關係，因此不會產生干涉。

一般稱τ_c爲同調時間，在τ_c時間內產生的光可以產生干涉條紋由干涉時間可以求得能夠發生干涉的最大光程差ℓ_c。

$\ell_c = c\tau_c$

其中c是光速。

汞的綠光譜（$\lambda = 546nm$），其$\tau_c \approx 10^{-9}s$，因此$\ell_c \approx 50cm$。氪的橙光譜（$\lambda = 606nm$），其$\tau_c \approx 10^{-6}s$，因此$\ell_c \approx 800cm$。紅寶石雷射的$\tau_c \approx 10^{-8}s$，所以ℓ_c約爲 1m 的數量級。而CO_2雷射的τ_c的比較長，約爲$10^{-4}s$，因此ℓ_c可以長達 30km。時間同調不僅和光源的單色性有關，還和同調長度的空間概念有關。

光電 實驗室

相干性（同調性）（Coherence）

在物理學裏，相干性（拉丁文 *cohaerere*），又稱同調性，描述波在傳播時，其物理量在不同地點或不同時間的相關特性。這相關特性是由於波相位的變化而產生的。因爲相位的差別，兩個波的疊加會造成建設性干涉或摧毀性干涉。假設，兩個波的相位差別爲常數，則這兩個波的頻率必定相同，稱這兩個波爲相干的。相干度（degree of coherence）是專門用來表示波的相關特性的一種度量，可以由干涉顯明度（interference visibility）計算出來。干涉顯明度是兩個波干涉圖案的強度對比。

一般而言，給予不相干的光源，我們不能夠觀測到干涉圖案[1]。例如，太陽可以被視爲，由許多不相干的發光點，聚合而成。每一個發光點只會發光一小段時間 $\Delta t \approx 10^{-9}$ sec，製造出一個波列，而後，再也不會發光。爲了要能觀測到，這類光源產生的，兩個波列疊加的干涉圖案，我們必須要有曝光時間在 Δt 數量級的攝影儀器。在舊時，並沒有這麼精確的攝影儀器。所以，我們無法，從不相干的光源，觀測到干涉圖案。

爲了要觀測到干涉圖案，我們必須從不相干的光源，製造出相干性較高的光波。有兩種方法可以達到這目標。第一種方法稱爲分隔波前法，我們可以使用狹縫過濾來增加光波的空間相干性。從狹縫透射出來的波前，大致都有同樣的相位。楊氏雙縫實驗就是使用這種方法，來得到相干性較高的光波。第二種方法稱爲分隔波幅法。我們也可以用半透射，半反射的鏡子，將一束光波一分爲二，人工製造出兩束相干的光波。所得到的兩束光波會有同樣的相位。邁克生干涉儀使用的是第二種方法。

自從雷射，激微波的發明，科學家不再被尋找相干性的光源這問題困擾。雷射所製造出來的波列通常能維持$\Delta t \approx 10^{-3}$ sec 之久。這給予我們足夠的曝光時間來計錄干涉圖案。

應用

相干性這術語，原本是在學習光學的楊式雙縫實驗時，才會接觸到的。現在，這術語用於許多涉及波動的領域，像聲學、電子工程、量子力學、等等。許多科技的運作，需要相干性的理論爲基礎。例如，全像攝影術、音波相位陣列、[[光學相干斷層掃描]]（Optical coherence tomography）、天文光學干涉儀（astronomical optical interferometers）、與射電望遠鏡、等等。

相干性與相關性

互相關係數是估計“兩個波多麼相關”的一種度量。互相關函數專門計算兩個波的互相關係數。根據這數據，我們可以知道兩個波的相干性[2] [3] [4] [5] [6]。 假若，我們知道一個波的數值，那麼，我們可以用互相關係數來預測另一個波的數值。試想兩個在所有時間 完全相關的波。假設，在某個時間，第一個波有所變化，第二個波也會有同樣的變化。合併在一起，在所有時間，假若它們展示出完全的建設性干涉或破壞性干涉。 那麼，他們是完全的相干。如後面所談，第二個波不需要一定是全然不同的實體。它可能是在不同時間或不同位置的第一個波。稱這狀況爲自相干性。稱用來計算波的自相關係數的函數爲自相關函數。

各種波動實例

下述這些波的共同性是，它們的物理行爲，可以用波方程式或波方程式的推廣 來描述：

1、繩索的橫向機械波。

2、液體的面波。

3、電纜的電磁波。

4、聲波。

5、無線電波與微波。

6、光波。

7、量子尺寸的粒子的物質波。

這些波的物理行爲，大多數我們可以直接測量。因此，兩個波的互相關係數可以很容易的求得。但是，在光學裏，我們不能直接的測量電磁場。因爲，電磁場 的震盪太快，比任何偵測器的鑑別時間還要快。替而代之，我們測量光的強度。大多數在這條目提到的，涉及相干性的概念，都是先在光學發展成功，然後再轉移到 別的領域。因此，許多標準的相干性測量是間接的測量，甚至在可以直接測量的領域，都是這樣的。

時間相干性

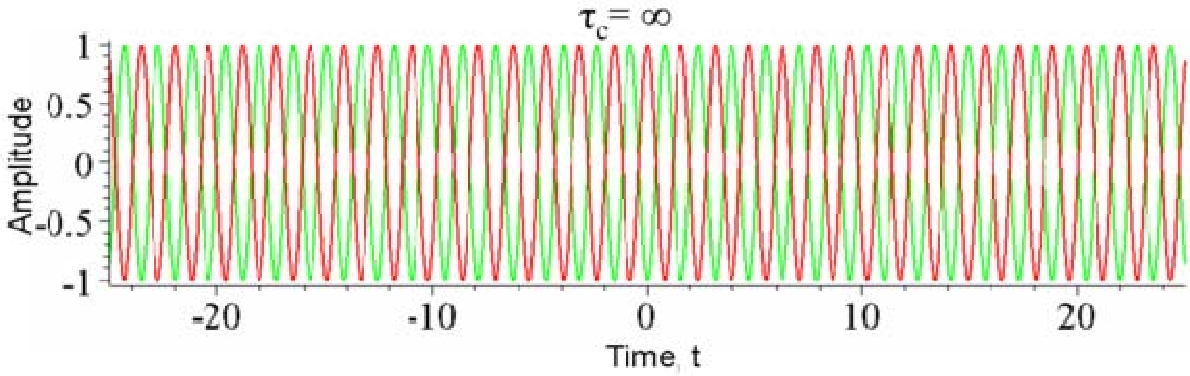


圖 1 ：隨著時間t的變化，一個單色波的振幅（紅色），與延遲了時間τ的的振幅（綠色）。這兩個波的相干時間是無窮大。因爲，對於所有的可能延遲時間τ，它們是完全相干的。

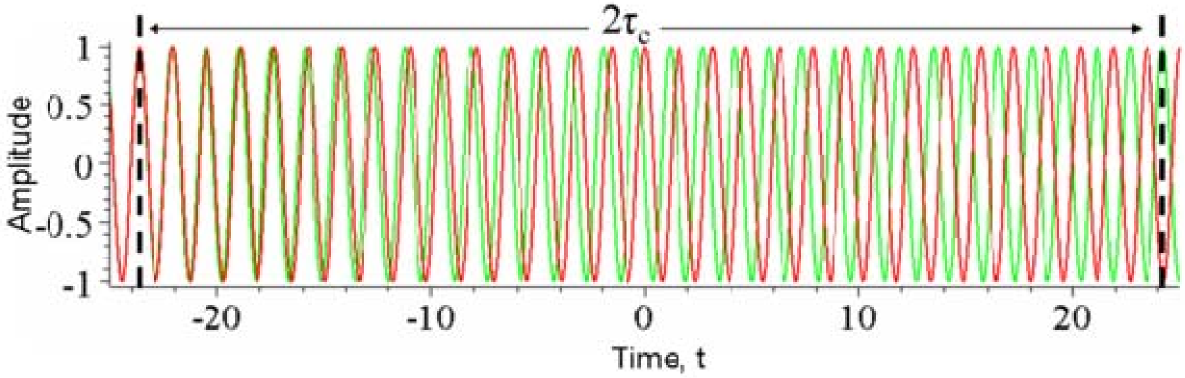


圖 2：隨著時間t的變化，在時間τ_c內，一個相位 顯著飄移 的波的振幅（紅色），與延遲了時間$2\tau_c$的振幅（綠色）。在任何設定時間t，紅色波會與延遲的綠色複製波互相干涉。可是由於一半的時間，紅色波與綠色波同相位，另外一半時間，兩個波異相位，所以，對於這個延遲，隨著時間t平均的干涉等於零。

一個波在時間t與$t+\tau$的相關係數，隨著時間平均後，導引出的一種度量，稱爲時間相干性。這度量告訴我們，波源的單色性。換句話說，一個波在不同的時間干涉自己的能力，可以用時間相干性來估量。τ越大，互相關係數越小，時間相干性也越小。當時間相干性顯著的減小時，定義這間隔時間爲相干時間τ_c。當$\tau = 0$時，相干度是 1；當$\tau \geq \tau_c$時，相干度會顯著地減小。波在相干時間τ_c內，傳播的距離，定義爲相干長度L_c。

相干時間與頻寬的關係

由於周期是頻率的逆反，一個波在越短時間內，變的不相關（τ_c越小），波的頻率值域Δf越大。兩個物理量的關係方程式爲：$\tau_c \Delta f \approx 1$。

用波長$\lambda = \dfrac{c}{f}$來表達，$\dfrac{L_c \Delta\lambda}{\lambda^2} \approx 1$。

用數學正式地表述，這結果可以用捲積定理導引出來。捲積定理表示出功率譜的傅里葉變換與它的自相關函數之間的關係。

實例

試想下述四個關於時間相干性的實例：

1、對於任何時間間隔，一個單色波都是完全的自相關（參閱圖 1 ）。

2、反過來說，一個相位迅速飄移的波，其相干時間必定很短（參閱圖 2 ）。

3、類似地，頻率值域較寬的波包，振幅迅速地變化。所以，波包的相干時間很短。

4、最後，白光擁有非常寬的值域頻率，是一個振幅與相位都迅速變化的波。所以，相干時間很短（10 週期左右），常被稱爲非相干波。

雷射通常是最單色的光源。高度的單色性意味著長相干長度（長到幾百公尺）。例如，一個穩定的氦氖雷射（helium-neon laser），能夠生產相干長度超過 5m 的光。可是，並不是所有的雷射都是單色的。鈦藍寶石雷射（Ti-sapphire laser）光的 $\Delta\lambda \approx 2nm - 70nm$ ，發光二極體的光的 $\Delta\lambda \approx 50nm$ ，鎢絲燈光的 $\Delta\lambda \approx 300nm$ 。所以，這些光源的相干時間都低於大多數的單色雷射。

全像攝影術需要長相干時間的光。相對比地，光學相干斷層掃描（optical coherence tomography）使用短相干時間的光。

測量方法

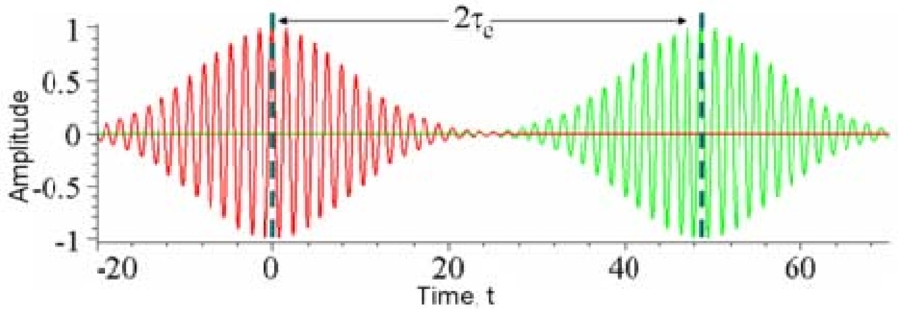


圖 3：一個波包的振幅（紅色）與延遲了時間 $2\tau_c$ 的振幅（綠色），以時間的函數形式繪製。我們可以觀察到，經過時間 τ_c ，波包的振幅有顯著地改變。在任何特定時間，紅色波包與綠色波包是不相關的；一個在做大幅度振盪的時候，另一個卻是非常平靜的。所以，在這裏，並沒有干涉效應發生。另外一種看法，波包並沒有重疊於時間，在任何特定時間，最多只有一個波包貢獻震盪，不會產生干涉。

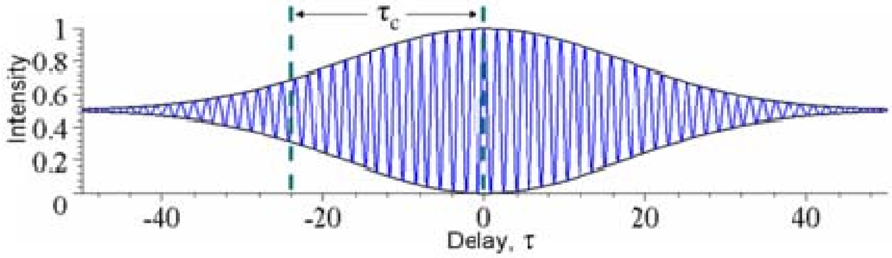


圖 4：輸入波爲圖(3)或圖(4)的波，在強度干涉儀輸出點偵測到的，隨時間平均的強度，以延遲時間τ的函數形式繪製。假若，延遲時間改變半個週期，那麼，干涉會從建設性轉換爲摧毀性，或從摧毀性轉換爲建設性。黑色曲線表示出干涉信封，這是[[相干度]]的曲線。雖然，圖(3)或圖(4)的波有不同的持續期，它們有同樣的相干時間。

在光學裏，時間相干性是用干涉儀（interferometer），像邁克生干涉儀或馬赫-岑得干涉儀（Mach-Zehnder interferometer），測量而得。干涉儀先將輸入波複製，延後τ時間，然後將輸入波與複製波綜合成一個輸出波。最後，用一個強度偵測器來測量隨時間平均的輸出波強度。得到的結果，稍加運算，可以求得干涉顯明度與相干度。這樣，我們可以知道延遲時間爲τ的時間相干性。對於大多數的天然光源，由於相干時間超短於偵測器的鑑別時間，偵測器可以自己執行時間平均工作。

思考圖 (3) 例子，在時間τ_c內，波的強度顯著地漲落（fluctuate）不定。假設延遲時間爲 $2\tau_c$，一個無窮快的偵測器所測量出的強度。在時間τ_c內，會顯著地漲落不定。遇到這種狀況，我們可以手工地計算強度隨時間的平均值。

空間相干性

像水波或光波，在許多物理系統裏，波可以傳播於一維或多維的空間。一個波在空間裏的兩個位置 的相關係數，經過時間平均後，導引出的一種度量，稱爲空間相干性。兩個位置間隔距離越近，則互相關越大，空間相干性也越大；間隔距離越遠，則互相關越小，空間相干性也越小。當空間相干性顯著的減小時，定義這間隔區域爲相干區域A_c。

楊式雙縫實驗所用的光源必須是空間相干的光源。空間相干性的概念，也應用在光學影像系統與天文望遠鏡的製作。

實例

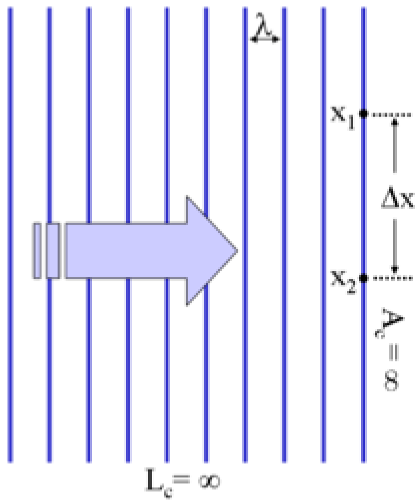


圖 5：一個平面波，相干長度與相干區域爲無窮值。

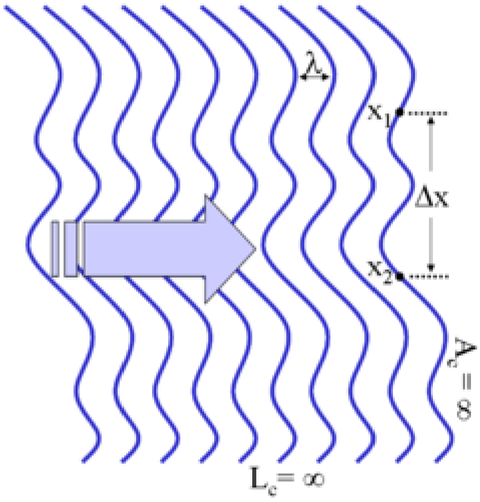


圖 6：一個波前不規則的波，相干長度與相干區域爲無窮值。

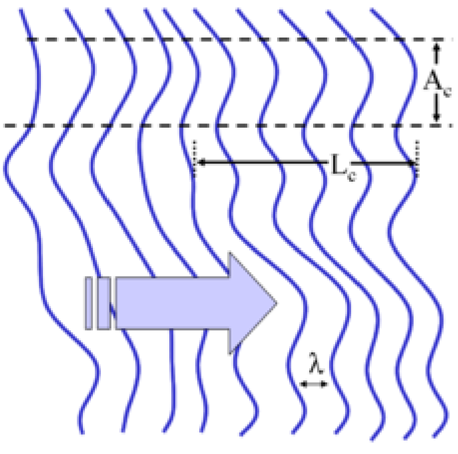


圖 7：一個波前不規則的波，相干長度與相干區域爲有限值的波。

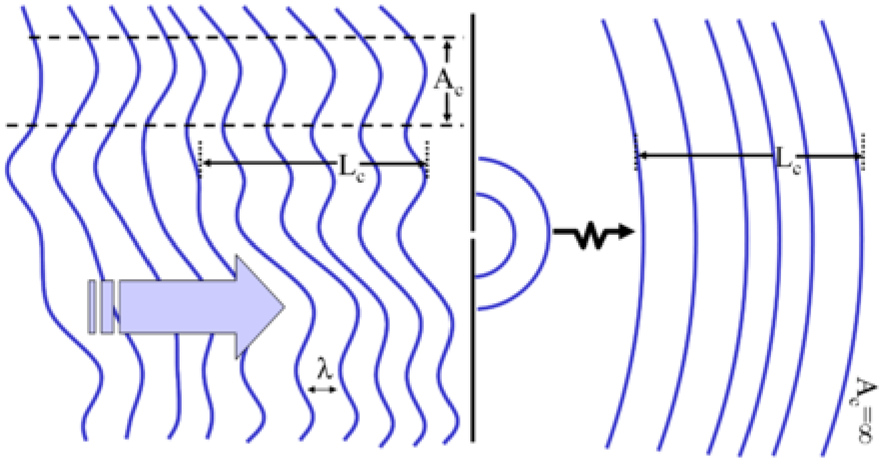


圖 8：一個相干長度與相干區域有限的波，入射於一個針孔。針孔可以將入射波過濾，增加繞射的波的空間相干性。離針孔的遠處，圓形波前的波近似於平面波。相干區域變為無窮值，而相干長度不變。

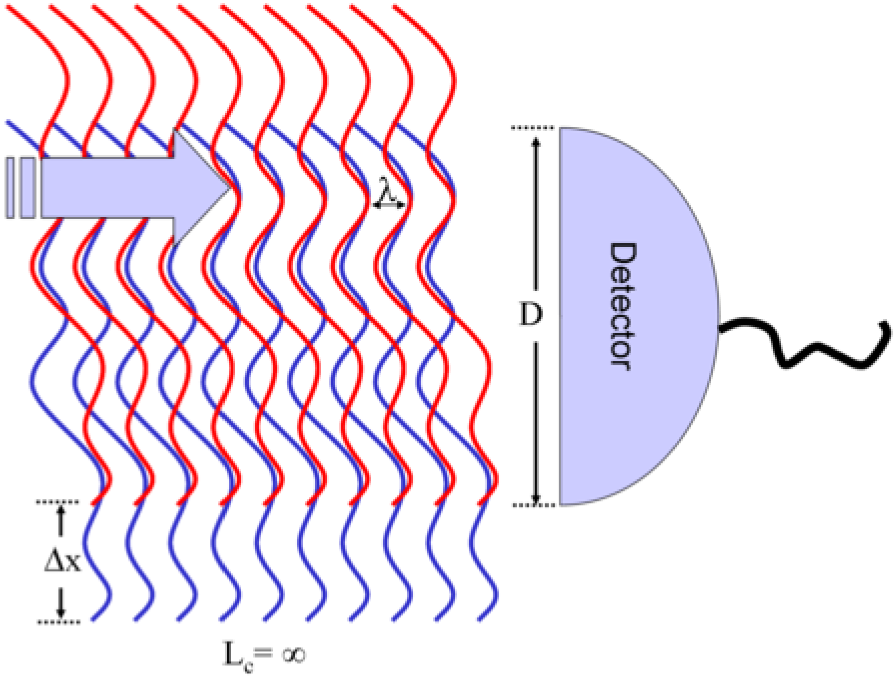


圖 9：兩個同樣的波，在空間裏傳播。一個波是另外一個波的位移，兩個波的相干長度與相干區域都為無窮值，兩個波的合併，在某些地方，會建設性干涉，在另外一些地方，會摧毀性干涉。經過空間平均，一個偵測面為 D 的偵測器會測量到低值的干涉顯明度。例如，一個保養欠佳，失去精準度的邁克生干涉儀就會因此功能減低。

試想一個電燈泡的鎢絲。光波會從不同部位獨立地散發出來。這些光波之間，毫無固定的相位關係，光波的剖面會隨著時間呈機率地變化。電燈泡是一個白光光源，相干時間τ_c很短，是一個空間非相干光源。

一個射電望遠鏡的空間相干性很高。因爲它的每一根天線，散發出的光波都有特別設計的，固定的相位關係。

雷射光的時間相干性與空間相干性通常都很高，雷射產生的光的特性依發光的材料而異。全像攝影術的運作，需要時間相干與空間相干的光波。它的發明者，加柏·丹尼斯，在雷射還沒有被發明前，就已經成功地做出全像圖。他將水銀燈散發出的單色光，用一個針孔過濾器過濾，這樣，就可以產生全像攝影術所需要的相干光波。

波譜相干性

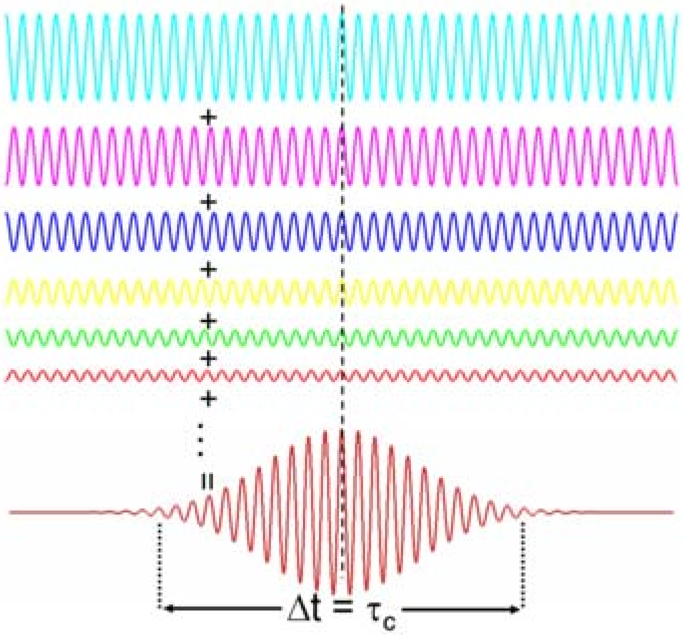


圖 10：不同頻率的波（即乃光學裏的顏色），假若，是相干地，那麼，就會因干涉而疊加成一個脈衝波。

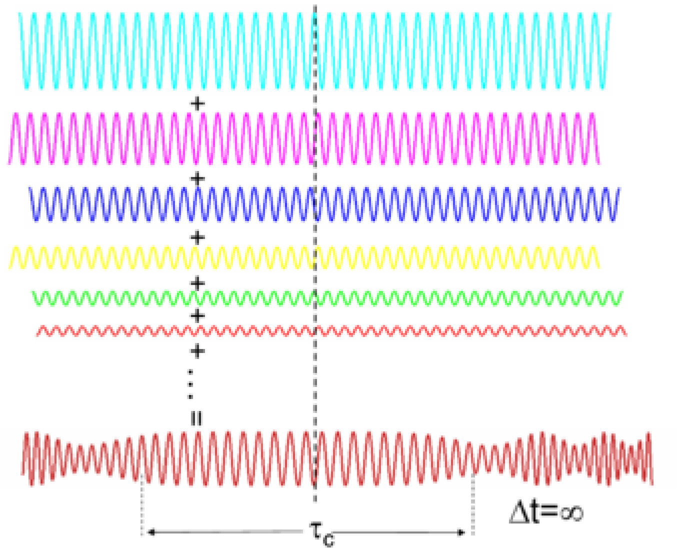


圖 11：不同頻率 τ_c 的波，假若，是非相干地，那麼，就會因干涉而疊加成一個連續波，其相位與波幅都是隨機變化的。

不同頻率的波（即乃光學裏的顏色），假若，有固定的相對相位關係，那麼，就會因干涉而疊加成一個脈衝波（參閱傅里葉變換）。
反過來說，不同頻率的波，假若，是非相干地，那麼，就會因干涉而疊加成一個連續波（白光或白噪聲），時間的持續期 Δt 限制於波譜線寬 Δf ，依據關係方程式： $\Delta f\,\Delta t \geq 1$ 。

這關係方程式也可以從傅里葉變換導引出。對於量子尺寸的粒子，這是海森堡不確定原理的必然結果之一。

測量光的波譜相干性，需要用到非線形光波干涉儀（nonlinear optical interferometer），像強度相關器（Intensity optical correlator）或波譜相位干涉儀（Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction）。

量子相干性

在量子力學裏，所有物質都有波的性質（參閱德布羅意假說）。例如，在楊氏雙縫實驗裏，我們可以用電子來替代光波。每一個從電源發射出的電子可以穿過兩條狹縫中的任何一條狹縫。電子有兩條路徑可以選擇，每一條路徑用一個量子態來代表。這兩個量子態互相干涉，造成了顯現於偵測屏障的干涉圖案。這互相干涉的能力，稱爲量子相干性。

假若，我們試著測量電子到底是經過哪一條狹縫。那麼，兩個量子態的相位關係會不再存在。這雙態系統就會被非相干化了。

大尺寸的（宏觀的）量子相干會導致非常奇異的現象。例如，雷射、超導現象、超流體、等等，都是高度相干的量子系統。一個著名例子是薛丁格的貓思想實驗。這實驗表現出宏觀量子相干的奇特可能發生的現象。另一個例子是玻色-愛因斯坦凝聚。這裏，所有的原子的相位都一樣，形成了一個宏觀的的量子態

參考文獻

1、George Bekefi，Alan H. Barrett（1977）．Electromagnetic Vibrations, Waves, and Radiation．The MIT Press．ISBN 0-262-52047-8．

2、Rolf G. Winter，Aephraim M. Steinberg（2001）．Coherence．AccessScience@McGraw-Hill．DOI：10.1036/1097-8542.14690010.1036/1097-8542.146900．

3、M.Born，E. Wolf（1999）．Principles of Optics，7th ed.．

4、Loudon, Rodney（2000）．The Quantum Theory of Light．Oxford University Press．ISBN 0-19-850177-3．

5、Leonard Mandel（1995）．Optical Coherence and Quantum Optics．Cambridge University Press．ISBN 0521417112．

6、Arvind Marathay（1982）．Elements of Optical Coherence Theory．John Wiley & Sons Inc．ISBN 0471567892．

光電 實驗室

波

水面波

波或**波動**是擾動或物理信息在空間上傳播的一種物理現象。擾動的形式是任意的。波的傳播速度總是有限的。除了電磁波和引力波能夠在真空中傳播外，大部分波只能在介質中傳播。

波的數學描述

在數學上，任何一個沿某一方向運動的函數形狀都可以認爲是一個波。考慮一種最簡單的情況：一維平面波，波的形狀可以用 xy 平面上的曲線 $y = f(x)$ 描述。

如果這個曲線沿著 x 軸以 ω 的速度向右運動，不難看出，這樣的函數應該滿足如下方程：

$y = f(x - \omega t)$

如果沿 x 軸以 ω 的速度向左運動，則爲：$y = f(x + \omega t)$

以上兩個方程都滿足如下形式的微分方程：$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \omega^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$　這個方程稱爲**一維波動方程**。

它的通解可以表示爲：$y(x,t) = f(x + \omega t) + g(x - \omega t)$

它表示一個向左傳播的波和一個向右傳播的波的疊加。

行進波

行進波，又稱爲**前進波**，是一種在空間與時間裏的擾動，可以表達爲

$y(z,t) = A(z,t)\sin(kz - \omega t + \phi)$ ；

其中， $A(z,t)$ 是波的振幅， z 是位置， t 是時間， k 是波數， ϕ 是相數。

波的相速度 v_p 可以表達爲 $v_p = \dfrac{\omega}{k} = \lambda f$ ；其中 λ 是波長。

波的特徵參量

任何一種波都可以用如下的參量進行描述：

1、色散關係，即波的頻率 ω 與波向量 k 之間的關係： $\omega = \omega(k)$ 。其中，波向量的方向是垂直於波陣面的，其數值等於波數，即 $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ 。

2、波的相速度 $v_p = \dfrac{\omega}{k}$ 與群速度 $v_g = \dfrac{d\omega}{dk}$ 。相速度的方向與波向量 k 的方向平行，而群速度表示波內能量轉移的大小和方向。

3、波的衰減率 γ

4、波的偏振。可以是無偏振、線偏振、橢圓偏振或者是圓偏振。

能量

$E = 0.5(\text{mu}\triangle \text{x})(2pafR)^2$

E 是簡諧運動能量，f 是頻率

$E = hv$

E 是非力學波能量，ν 頻率

波的分類

波根據振動源的次數可以分爲脈波和週期波，脈波的波源只對介質作一短暫的擾動。波通過介質時，介質中的質點在短暫振動後，隨即靜止於原位置。而週期波的波源對介質作連續有規律的振動。

波在均勻、無向性的介質中傳遞時，依介質的振動方向分可以分爲縱波和橫波。縱波的特點是介質的振動方向與傳播方向相同，比如空氣中的聲波、地震波中的 P 波。橫波的特點是介質的振動方向與傳播方向垂直。如：電磁波、地震波中的 S 波。

如果在非均質介質中傳遞時，介質振動的行爲就不是只有橫向與縱向兩種，亦存在像表面波、海浪這種類型的振動。譬如：雷利波其振動方式爲橢圓形。

依波動傳遞需要介質來劃分，波可以分爲機械波、電磁波。

物質波則是在近代物理中敘述物質具有粒子與波動的二元性，近一步的探討則認爲物質波是物質在空間中分佈的機率，如電子的軌域。

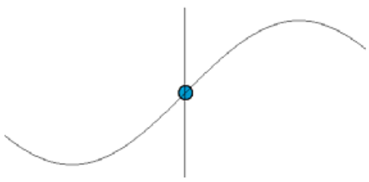
波的傳播

有些波的傳播需要介質，比如聲波等機械波。有些則不需要介質，在真空中也能傳播。如電磁波。波在介質中傳播時，介質的質點並未隨波前進，而是在原處附近運動。

波的行進速度 v 爲其頻率 f 和波長 λ 的乘積，即波長 λ 和週期 T 的比值：$v = f\lambda = \dfrac{\lambda}{T}$

波在繩子上傳播時，波的行進速度 v（單位 m/s）與繩子所受的張力 F（單位 N）及繩子的線密度 μ（單位 kg/m）有關：$v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

一維簡諧波



波可視爲簡諧運動

一種最基本、最常見的波是簡諧波。它可以表示爲：$f = Ae^{i(kx-\omega t)}$

其中 k 是波數, ω 是角頻率, A 是振幅。

波數倚賴於波長 λ, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ 。 角頻率倚賴於週期 T, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ 。

波速 $v = \dfrac{\omega}{k}$ 。

波的量子

每種波有相應的量子:

電磁波—光子
引力波—引力子
聲波—聲子

波的相關名詞

振幅（amplitude）

波形
波峰（crest）、波谷（trough）
波長（wavelength）：通常以 **λ** 表示。
週期（period）：通常以 **T** 表示。
頻率（frequency）：通常以 **f** 表示。
相速度（phase velocity）
群速度（group velocity）

干涉

干涉為兩波重疊時組成新合成波的現象。

波的重疊原理

兩波在同一介質中傳播，相向行進而重疊時，重疊範圍內介質的質點同時受到兩個波的作用。若波的振幅不大，此時重疊範圍內介質質點的振動位移等於各別波動所造成位移的向量和，稱為波的重疊原理。

同相：若兩波的波峰（或波谷）同時抵達同一地點，稱兩波在該點**同相**。
反相：若兩波之一的波峰與另一波的波谷同時抵達同一地點，稱兩波在該點**反相**。
兩波交會後的波形和行進速度，不會因為曾經重疊而發生變化。

干涉的種類

相長干涉：兩波重疊時，合成波的振幅大於成分波的振幅者。若兩波剛好同相干涉，會產生最大的振幅，稱為完全相長干涉。

相消干涉：兩波重疊時，合成波的振幅小於成分波的振幅者。若兩波剛好反相干涉，會產生最小的振幅，稱為完全相消干涉。

駐波

主條目：駐波
兩個振幅、波長、週期皆相同的正弦波相向行進，會干涉而形成駐波。

駐波

駐波（**standing wave**）爲兩個振幅、波長、週期皆相同的正弦波相向行進干涉而成的合成波。此種波的波形無法前進，因此無法傳播能量，故名之。

駐波通過時，每一個質點皆作簡諧運動。各質點振盪的幅度不相等，振幅爲零的點稱爲**節點**或**波節**（**node**），振幅最大的點位於兩節點之間，稱爲**腹點**或**波腹**（**antinode**）。

由於節點靜止不動，所以波形沒有傳播。能量以動能和位能的形式交換儲存，亦傳播不出去。

弦上的駐波

撥動兩端固定張緊的弦，使波經兩固定端反射可干涉產生駐波。弦的兩固定端必爲節點。當弦上產生駐波時，弦長 L 爲半波長的正整數倍：$L = n(\frac{\lambda}{2})$，$n \in N$。

由於波的行進速度 v 爲「其頻率 f 和波長 λ 的乘積」，且爲「弦所受張力 F 和弦的線密度 μ 的比值之平方根」，可知弦上形成駐波時，其頻率 f 爲：$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

當弦樂器的弦因振動發出聲音時，振動頻率最低者爲 $n=1$ 時的情況，稱爲**基頻**或基音（**fundamental frequency**）；頻率較高的音稱爲泛音（**overtones**），基音和泛音統稱諧音（**harmonics**）。

兩個波 $E_1 = E_{01}\cos(k_1 x - \omega_1 t)$　　（先假設 $E_{01} = E_{02}$）

$E_2 = E_{02}\cos(k_2 x - \omega_2 t)$

兩個波疊加：

$$E = E_1 + E_2$$

$$\boxed{\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}}$$

$$= E_{01}\cos(k_1 x - \omega_1 t) + E_{01}\cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$= 2E_{01}\cos\frac{(k_1 x - \omega_1 t) + (k_2 x - \omega_2 t)}{2}\cos\frac{(k_1 x - \omega_1 t) - (k_2 x - \omega_2 t)}{2}$$

$$= 2E_{01}\cos\frac{(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t}{2}\cos\frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{2}$$

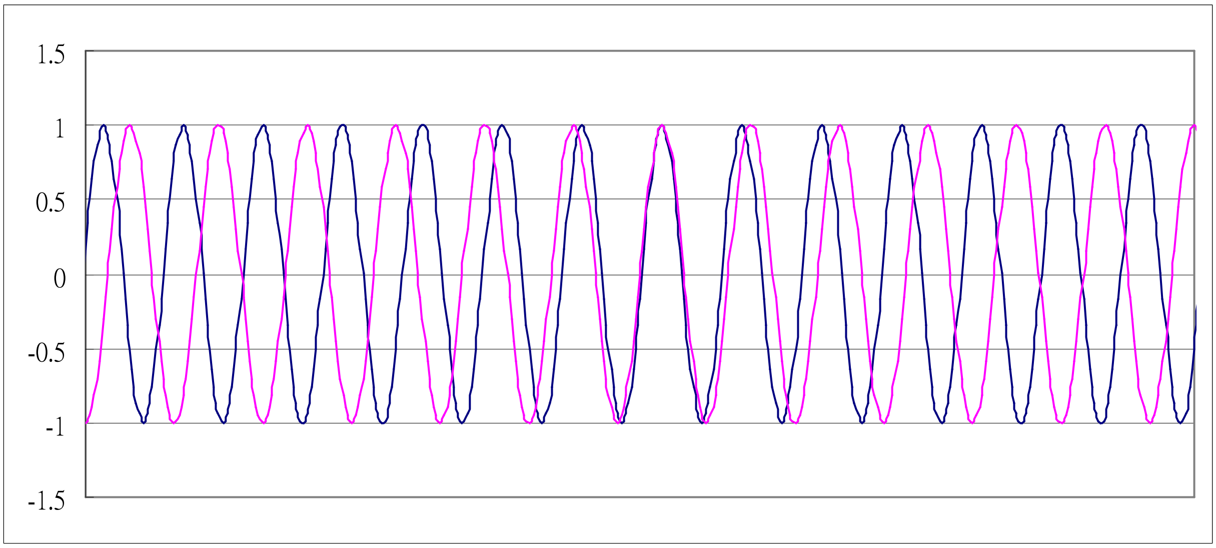
$$= 2E_{01}\cos(k_m x - \omega_m t)\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t)$$

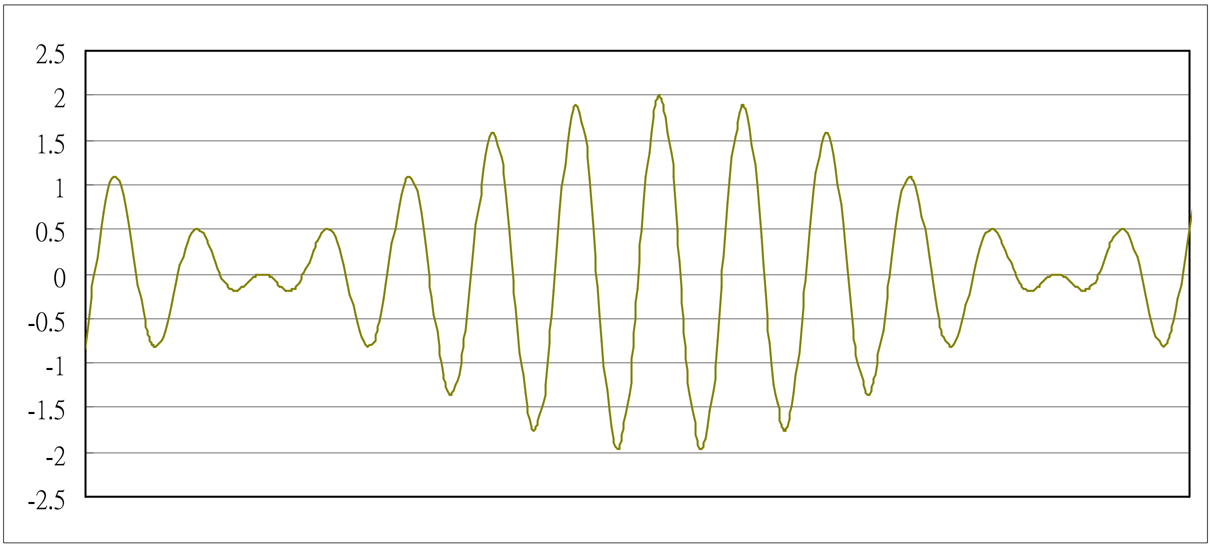
$$= E_0(x,t)\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t)$$

其中 $k_m = \frac{k_1 - k_2}{2}$，$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$

$$\omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \text{ , } \bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

$$E_0(x,t) = 2E_{01}\cos(k_m x - \omega_m t) = 2E_{01}(\cos k_m x \cos\omega_m t + \sin k_m x \sin\omega_m t)$$





資料來源：
1、維基百科
http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%9B%B8%E5%B9%B2%E6%80%A7#_note-winter-1
2、光學 張阜權 孫榮山 唐偉國編著 凡異出版社
3、光學 趙凱華 鍾錫華編著 儒林出版社
4、光電科技概論 五南出版社