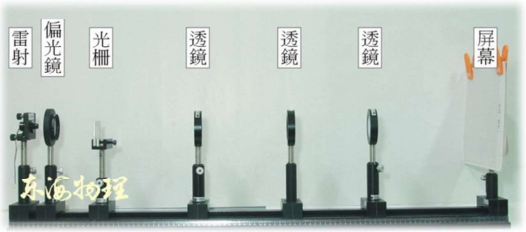
實驗1：
幾何光學
-透鏡焦距、成像與像差



透鏡焦距的量測

1-共軛法
2-自準法
3-光線追跡法-單透鏡
4-光線追跡法-雙透鏡

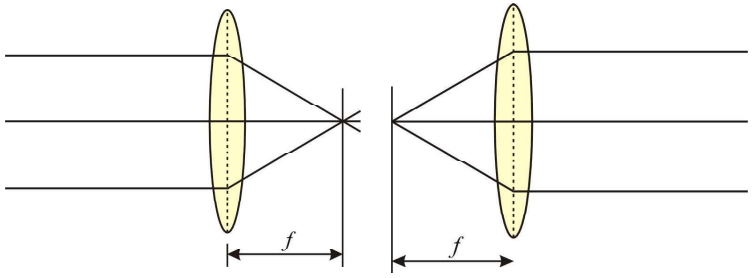
成像

幾何成像

像差（Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）
2-慧差（Coma aberration）
3-像散（Astigmatism）
4-場曲（Field curvature）
5-畸變（Distortion）
6-色像差（Chromativ aberration）

平行光經過透鏡，會聚焦在焦點上。
焦點上的點光源經過透鏡，會形成平行光。



透鏡焦距怎麼量？

透鏡焦距量測的方法

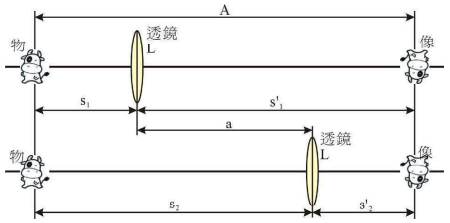
1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

1）共軛法



$$A-a=s_1+s_2^{'}=2s_1$$

$$s_1=\frac{A-a}{2}$$

$$s_1^{'}=A-s_1=\frac{A+a}{2}$$

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1^{'}}=\frac{1}{f}$$

$$f=\frac{s_1s_1^{'}}{s_1+s_1^{'}}=\frac{A^2-a^2}{4A}$$

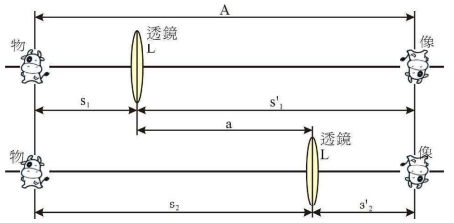
$$\frac{n_m}{s_0}+\frac{n_m}{s_1}=(n_l-n_m)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})$$

$n_m=1$　空氣折射率

$$s_1|_{s0\to\infty}=\left[(n-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})\right]^{-1}=f_1$$

$$s_0|_{s1\to\infty}=\left[(n-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})\right]^{-1}=f_0$$

1）共軛法



$$A=s_1+s_1'$$

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f}$$

$$s_1'=\frac{s_1f}{s_1-f}$$

$$A=s_1+\frac{s_1f}{s_1-f}=\frac{s_1^2}{s_1-f}$$

$$\frac{dA}{ds_1}=\frac{2s_1}{s_1-f}-\frac{s_1^2}{(s_1-f)^2}=\frac{s_1(s_1-2f)}{(s_1-f)^2}=0$$

$$s_1=2f$$

$$A=s_1+\frac{s_1f}{s_1-f}=4f$$

透鏡焦距量測的方法

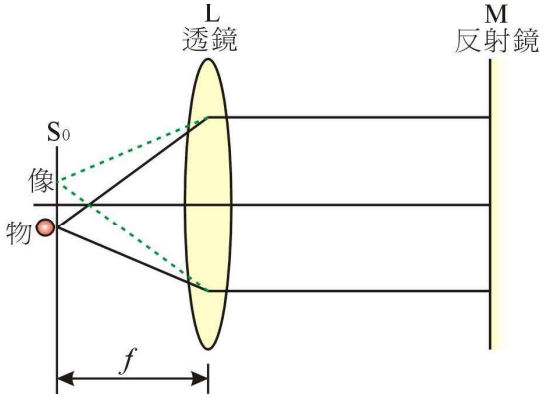
1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

2）自準法



焦點上的點光源，經透鏡後會形成平行光。
平行光經過透鏡，會聚焦在焦點上。

透鏡焦距量測的方法

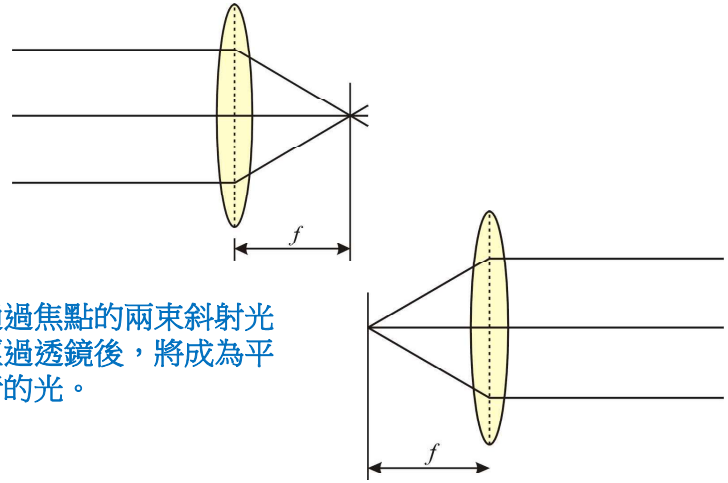
1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

3）光線追跡法-單一透鏡



通過焦點的兩束斜射光經過透鏡後，將成為平行的光。

透鏡焦距量測的方法

1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

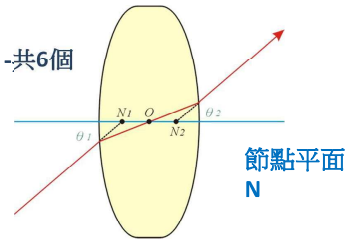
4）光線追跡法-雙透鏡

光學基本平面（cardinal planes）-共6個

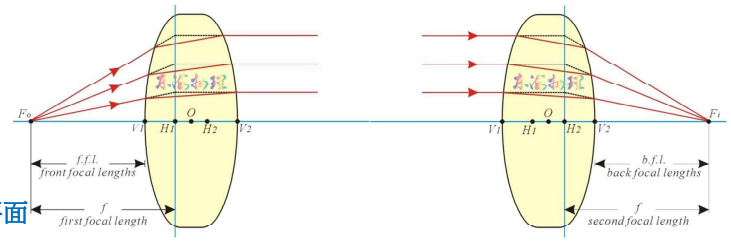
➲主平面（principle plane）

➲焦平面（focal plane）

➲節點平面（nodal plane）



節點平面
N



焦平面
F

主平面
H

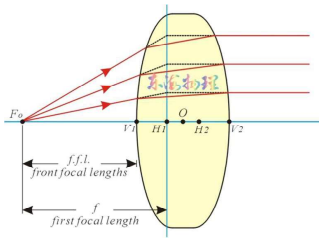
4）光線追跡法-雙透鏡

光學基本平面（cardinal planes）-共6個

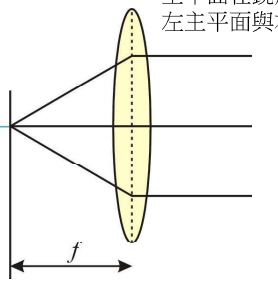
➲主平面（principle plane）

➲焦平面（focal plane）

➲節點平面（nodal plane）



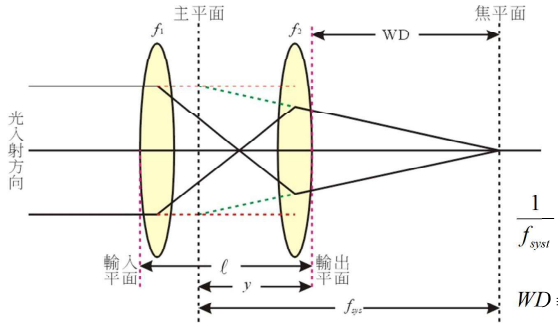
對於【**薄透鏡**】
主平面在鏡片中間
左主平面與右主平面重疊



4）光線追跡法-雙透鏡

根據ABCD矩陣法（ABCD matrix）這個雙透鏡系統的矩陣可以寫為

$$M_{syst}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{1}{f_2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \ell\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{1}{f_1} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-\frac{\ell}{f_1} & \ell\\ -\left[\left(1-\frac{\ell}{f_1}\right)\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}\right] & 1-\frac{\ell}{f_2}\end{bmatrix}$$



$$f_{syst}\equiv-\frac{1}{C}$$

$$y=-\frac{\ell}{f_1}f_{syst}\equiv\frac{1-A}{C}$$

$$\frac{1}{f_{syst}}=\left[\left(1-\frac{\ell}{f_1}\right)\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}\right]=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{\ell}{f_1f_2}$$

$$WD\equiv f_{syst}-\frac{\ell}{f_1}f_{syst}=(1-\frac{\ell}{f_1})f_{syst}$$

4）光線追跡法-雙透鏡

$$\frac{1}{f_{syst}}=\left[\left(1-\frac{\ell}{f_1}\right)\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}\right]=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{\ell}{f_1f_2}$$

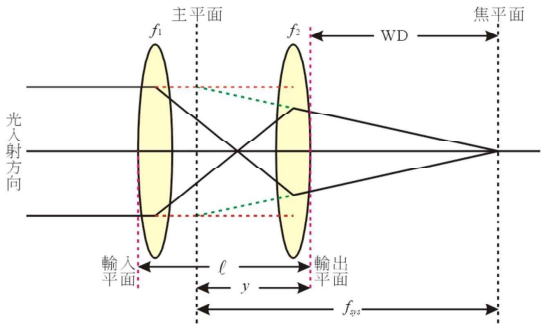
$$f_{syst}=\frac{f_1f_2}{f_1+f_2-\ell}$$

$$WD\equiv f_{syst}-\frac{\ell}{f_1}f_{syst}=(1-\frac{\ell}{f_1})f_{syst}$$

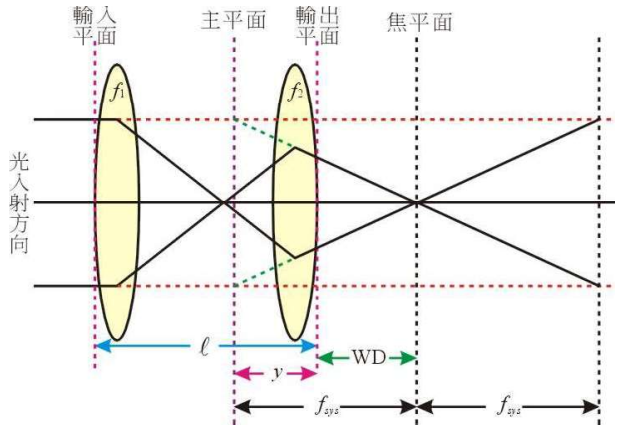
$$=(1-\frac{\ell}{f_1})\frac{f_1f_2}{f_1+f_2-\ell}$$

$$=\frac{(f_1-\ell)f_2}{f_1+f_2-\ell}$$

$$\frac{1}{WD}=\frac{1}{f_1-\ell}+\frac{1}{f_2}$$



4）光線追跡法-雙透鏡



透鏡焦距的量測

1-共軛法
2-自準法
3-光線追跡法-單透鏡
4-光線追跡法-雙透鏡

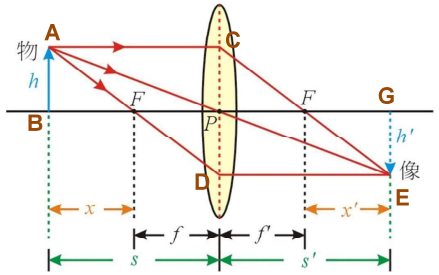
成像

像差（Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）
2-慧差（Coma aberration）
3-像散（Astigmatism）
4-場曲（Field curvature）
5-畸變（Distortion）
6-色像差（Chromativ aberration）

成像

1、光路圖上，光線進行的方向為由左至右。
2、物體在透鏡中心左邊時所量得的物距為正，在右邊時，所量得之物距為負。
3、像在透鏡中心右邊時所量得的像距為正，在左邊時為負。
4、會聚之透鏡前後焦距均為正，發散透鏡之前後焦距為負。
5、光軸上方之物高、像高為正，下方為負。



$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

△ABF 和 △FPD

△CPF 和 △FGE

$$\frac{-h'}{h}=\frac{x'}{f'}=\frac{f}{x}$$

$$s=f+x$$

$$s'=f'+x'$$

放大率

$$m=\frac{h'}{h}=\frac{f}{s-f}=\frac{s'-f'}{f'}$$

透鏡焦距的量測

1-共軛法
2-自準法
3-光線追跡法-單透鏡
4-光線追跡法-雙透鏡

成像

像差（Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）
2-慧差（Coma aberration）
3-像散（Astigmatism）
4-場曲（Field curvature）
5-畸變（Distortion）
6-色像差（Chromativ aberration）

相機不會是單一鏡頭

像差無所不在

http://techfeed.today/2015/10/20/如何打造最好的手機相機？/

像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

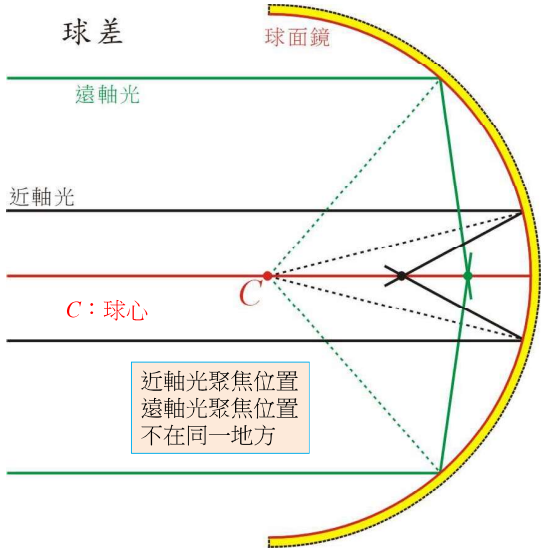
3-像散（Astigmatism）

4-場曲（Field curvature）

5-畸變（Distortion）

6-色像差（Chromativ aberration）

1）球面像差（Spherical Aberration）



球面鏡半徑 R

焦距為 R/2

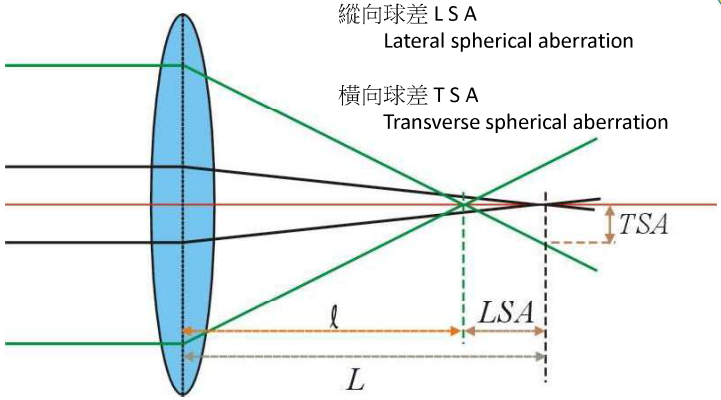
1）球面像差（Spherical Aberration）

https://www.youtube.com/watch?v=E85FZ7WLvao

1）球面像差（Spherical Aberration）

縱向球差 L S A
Lateral spherical aberration

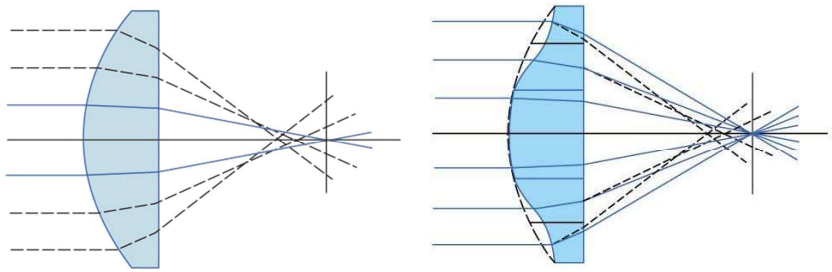
橫向球差 T S A
Transverse spherical aberration



對凸透鏡而言，
LSA>0，稱為 under corrected
LSA<0，稱為 over corrected

1）球面像差（Spherical Aberration）

如何消球差



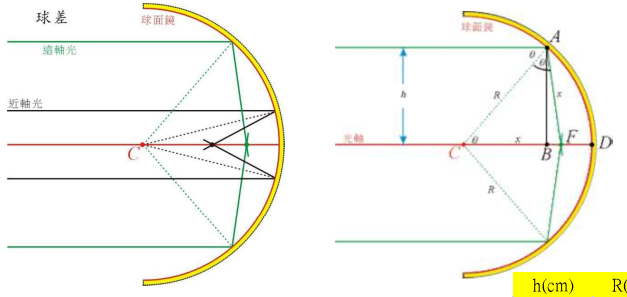
製造非球面鏡片的方法：

1、研磨非球面鏡片：在整塊玻璃上直接研磨，這種制造工藝成本相對較高。

2、模壓非球面鏡片：采用金屬鑄模技術將融化的光學玻璃/光學樹脂直接壓制而成，這種制造工藝成本相對較低。

3、復合非球面鏡片：在研磨成球面的玻璃鏡片表面上覆蓋一層特殊的光學樹脂，然后將光學樹脂部分研磨成非球面。這種制造工藝的成本界于上述兩種工藝之間。

1）球面像差（Spherical Aberration）



平行光距離光軸高度 h，入射球面鏡。
球面鏡曲率半徑為 R。
聚焦在 F 點，球心 C 距離聚焦點 F 為 x。

$$\sin\theta = \frac{h}{R}$$

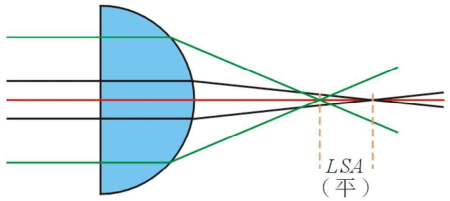
$$\cos\theta = \frac{R^2 + x^2 - x^2}{2Rx} = \frac{R}{2x}$$

$$x = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - h^2}}$$

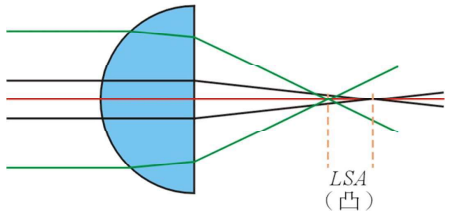
h(cm)	R(cm)	x	像差：x-20
0	40	20.000	0.000
1	40	20.006	0.006
1.5	40	20.014	0.014
2	40	20.025	0.025
2.5	40	20.039	0.039
3	40	20.056	0.056
3.5	40	20.077	0.077
4	40	20.101	0.101
4.5	40	20.128	0.128
5	40	20.158	0.158

1）球面像差（Spherical Aberration）

平面面像光源

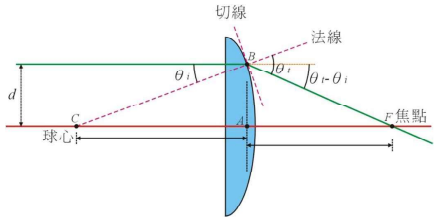


凸面面像光源

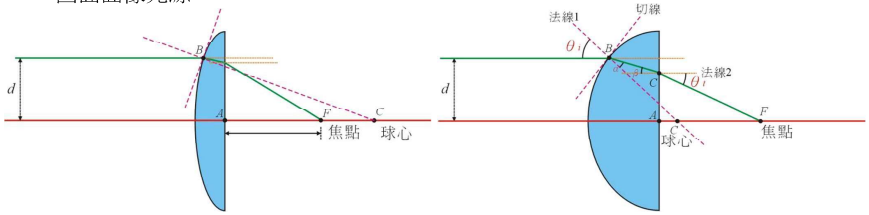


1）球面像差（Spherical Aberration）

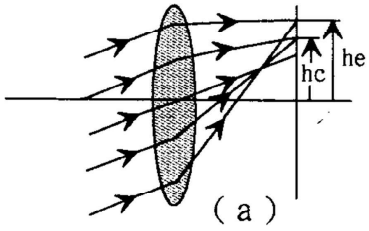
平面面像光源

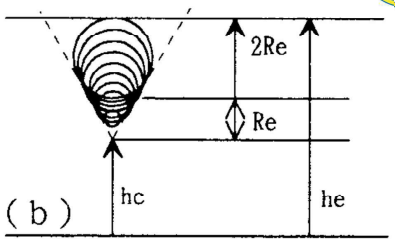


凸面面像光源



2）慧差（Coma Aberration）

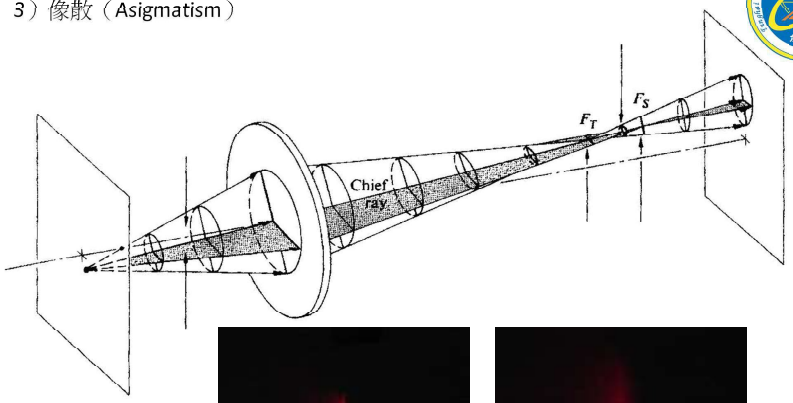


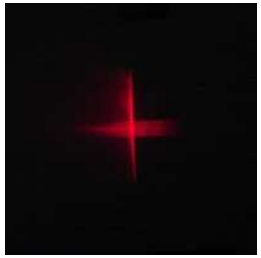


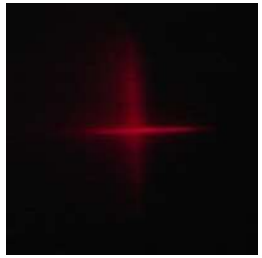
2）慧差（Coma Aberration）

https://www.youtube.com/watch?v=EXmaY2txEBo

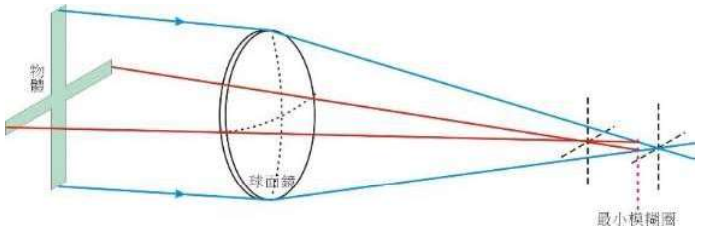
3）像散（Asigmatism）

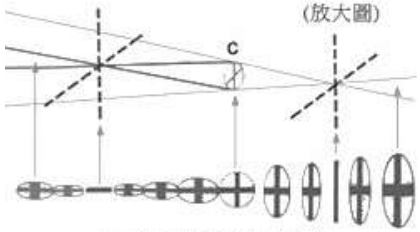






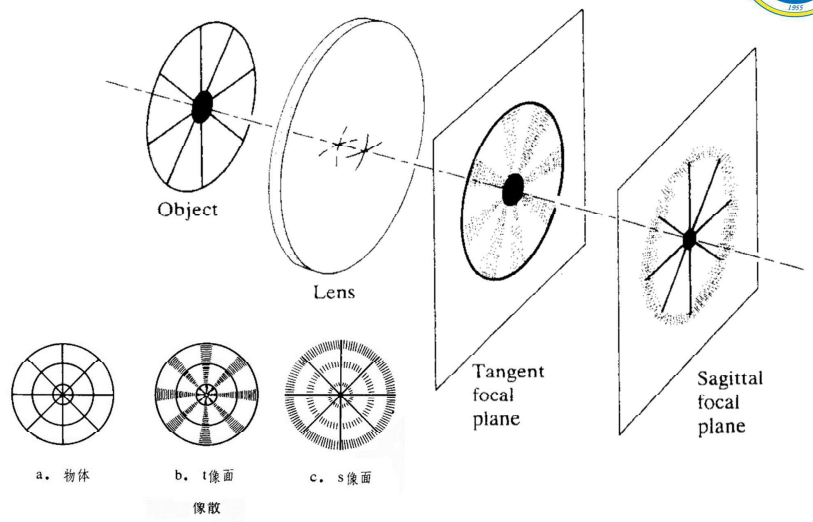
3）像散（Asigmatism）



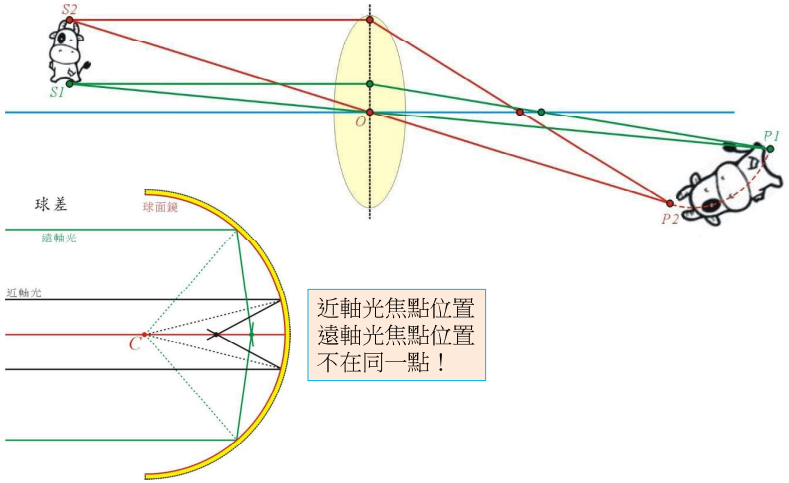


在不同位置的模糊圈

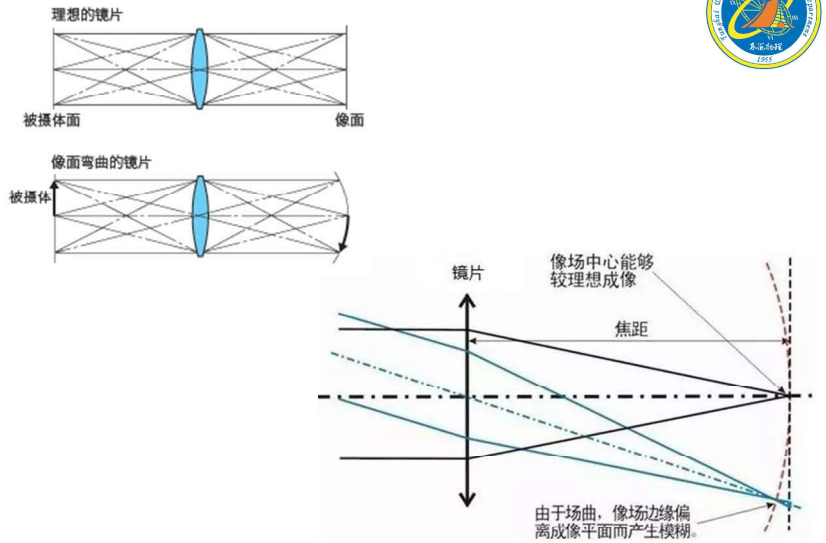
3）像散（Asigmatism）



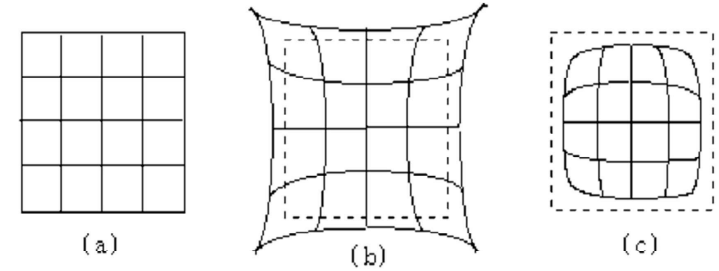
4）場曲（Field curvature）

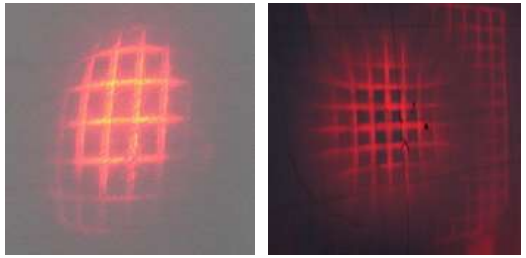


近軸光焦點位置
遠軸光焦點位置
不在同一點！



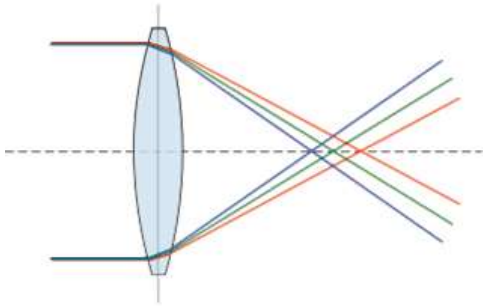
5）畸變（Distortion）

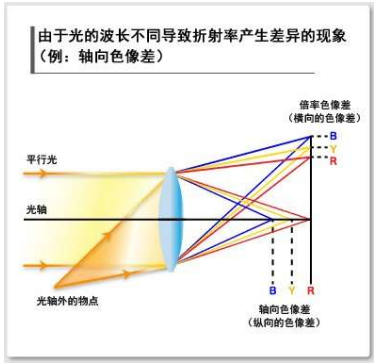




6）色差（Chromatic aberration）

透鏡對不同波長的色光有不同的折射率。





※我們沒有做色差實驗

建立平行擴束光

1-調亮度

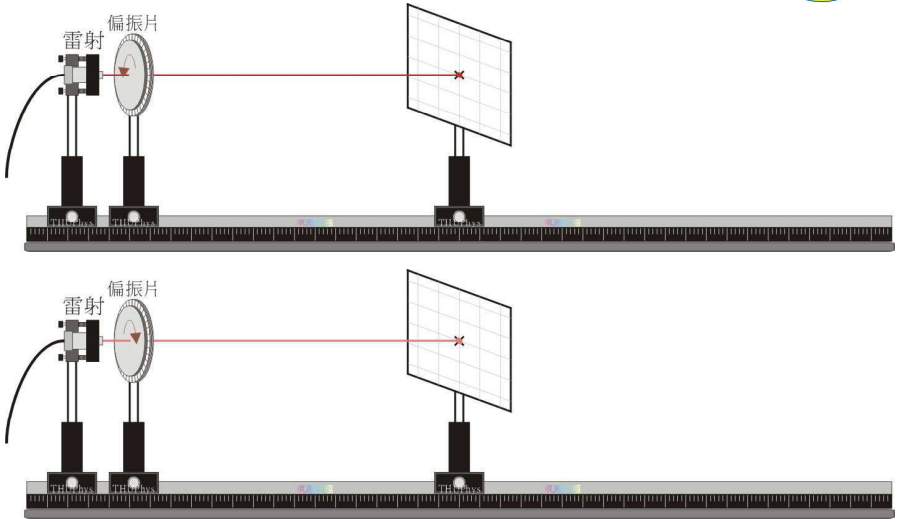
2-對光

3-擴束

4-建立平行擴束光

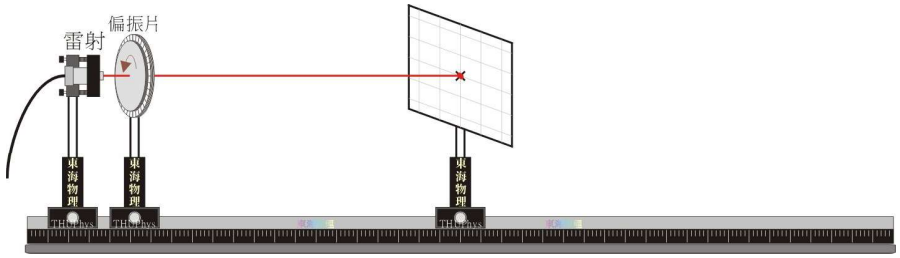
1）調整亮度

利用偏振片調整雷射光亮度，建議對光時調暗些，避免眼睛負擔太大。



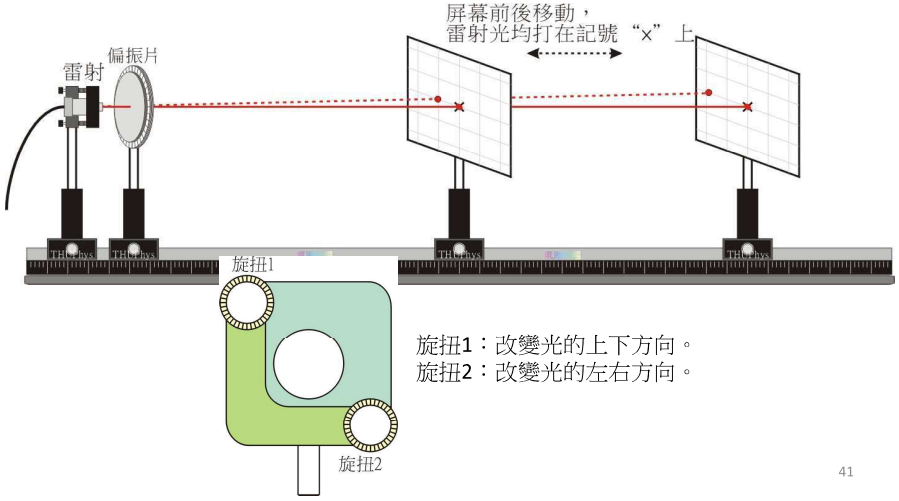
1）調整亮度

利用偏振片調整雷射光亮度，建議對光時調暗些，避免眼睛負擔太大。



2）對光—調整雷射高度、角度

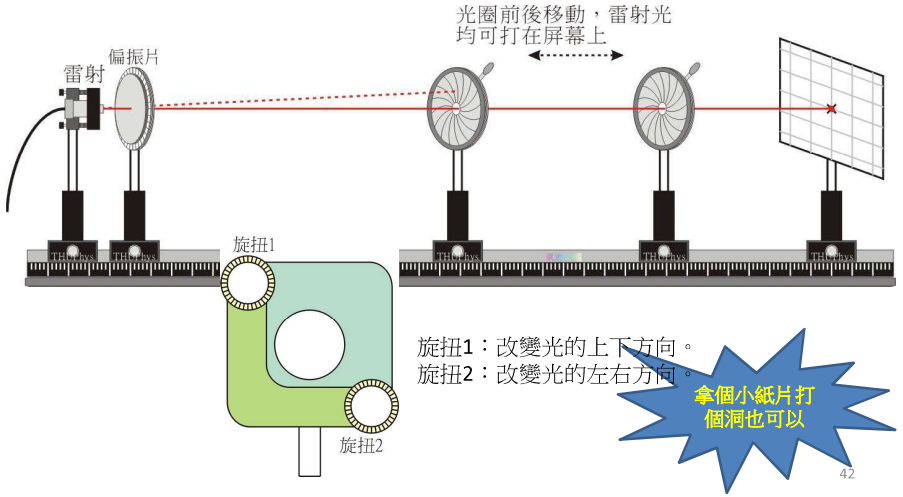
使得光前進方向與滑軌平行—屏幕前後移動時，雷射光均打在屏幕的同一位置上。



旋扭1：改變光的上下方向。
旋扭2：改變光的左右方向。

2）對光—調整雷射高度、角度

使得光前進方向與滑軌平行—屏幕前後移動時，雷射光均打在屏幕的同一位置上。

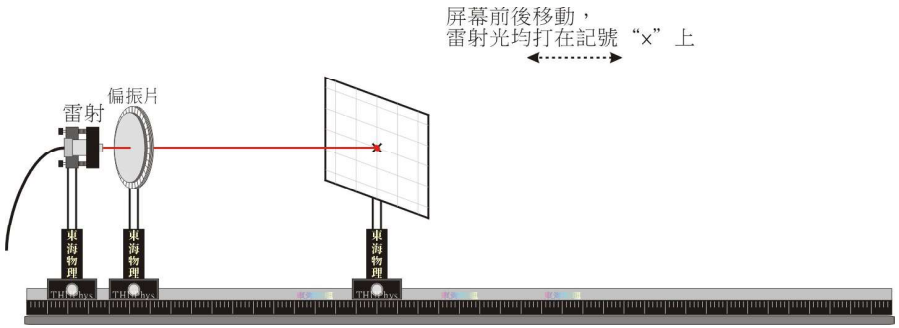


旋扭1：改變光的上下方向。
旋扭2：改變光的左右方向。

拿個小紙片打個洞也可以

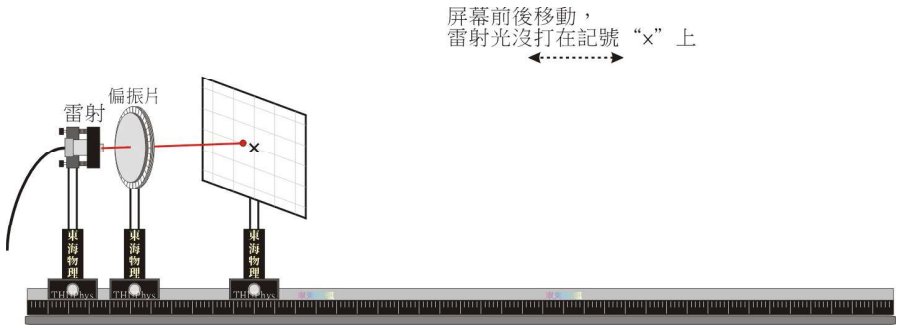
2）對光—調整雷射高度、角度

使得光前進方向與滑軌平行—屏幕前後移動時，雷射光均打在屏幕的同一位置上。



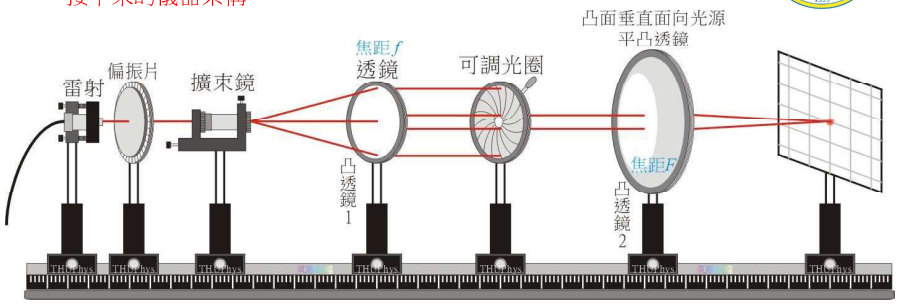
2）對光—調整雷射高度、角度

使得光前進方向與滑軌不平行—屏幕前後移動時，雷射光越打越偏移X記號。



2）關於實驗-對光...要注意的狀況！

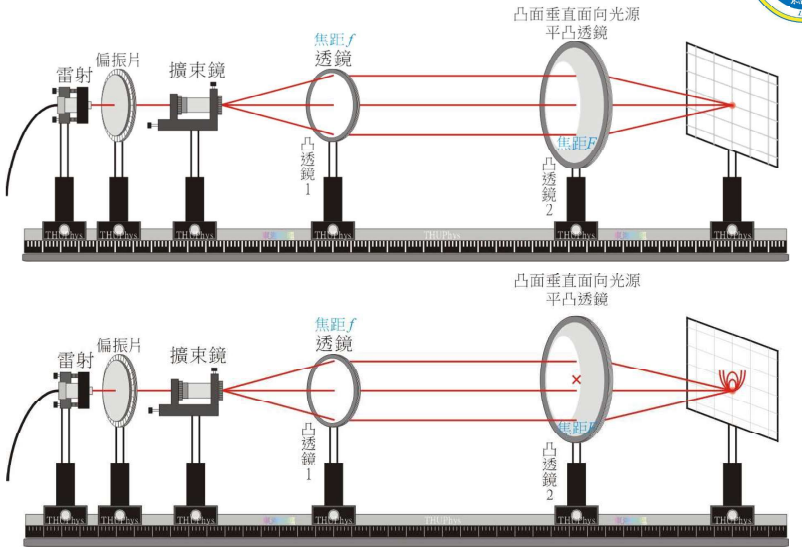
接下來的儀器架構：



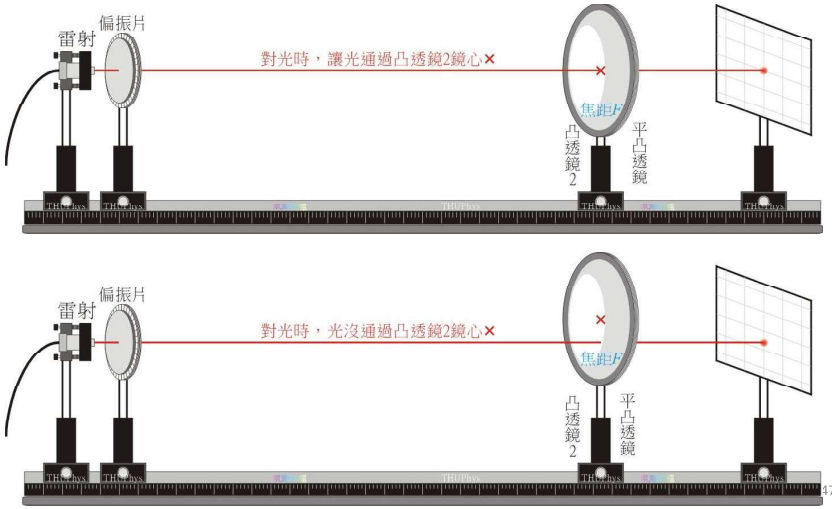
平凸透鏡直徑很大
一開始對光時就對準平凸透鏡中心
避免實驗一開始就有“慧差”的狀況

如果一開始沒對準呢？
下一頁！

2）關於實驗-對光...要注意的狀況！

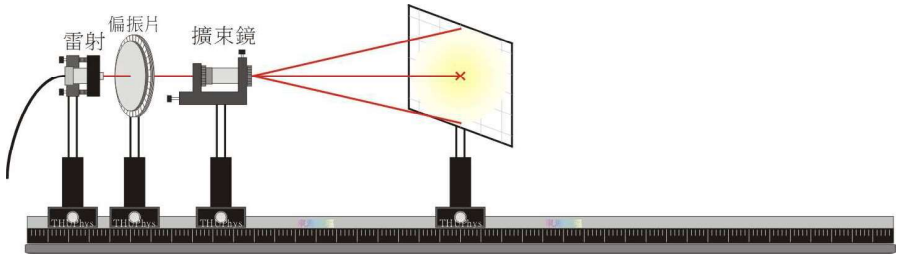


2）關於實驗-對光...要注意的狀況！



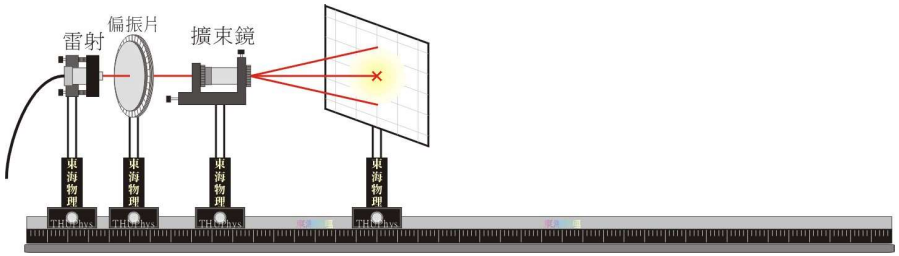
3）擴束

放入擴束鏡，調整擴束鏡高度、角度，
使得剛剛“x”記號在哪，現在擴束後的圓心就在哪～



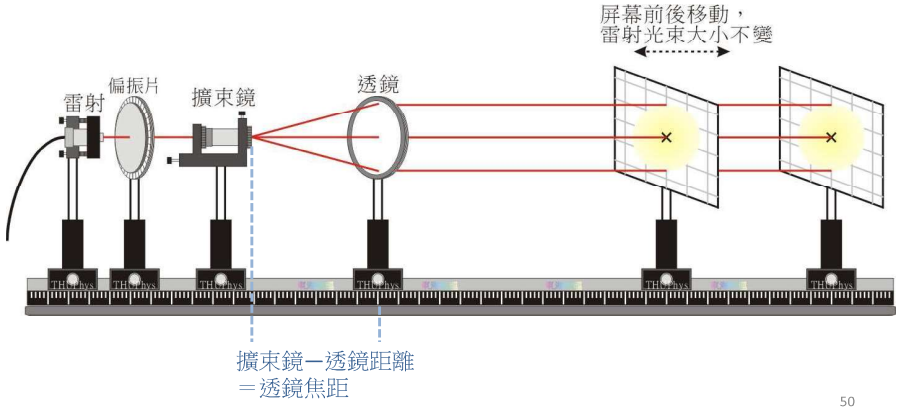
3）擴束

放入擴束鏡，調整擴束鏡高度、角度，
使得剛剛“x”記號在哪，現在擴束後的圓心就在哪～



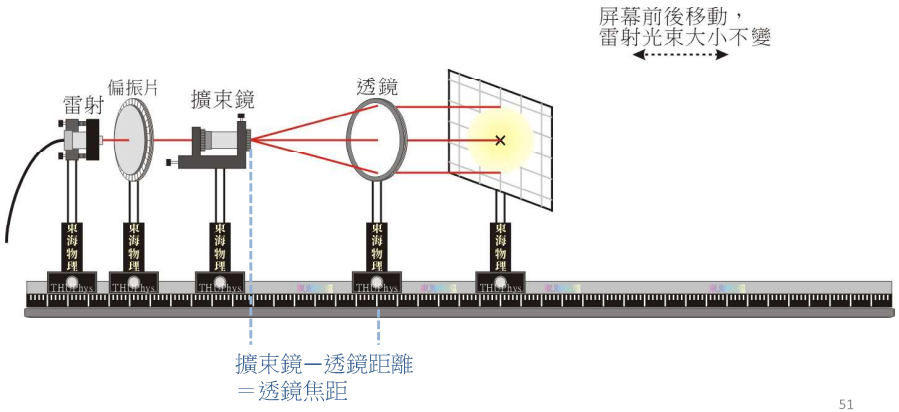
4）平行擴束光

放入透鏡，調整透鏡高度與前後位置。
使得屏幕前後移動時，雷射光束大小不變。



4）平行擴束光

放入透鏡，調整透鏡高度與前後位置。
使得屏幕前後移動時，雷射光束大小不變。



透鏡焦距的量測

1-共軛法
2-自準法
3-光線追跡法-單透鏡
4-光線追跡法-雙透鏡

成像

像差（Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）
2-慧差（Coma aberration）
3-像散（Astigmatism）
4-場曲（Field curvature）
5-畸變（Distortion）
6-色像差（Chromativ aberration）

透鏡焦距量測

1-共軛法

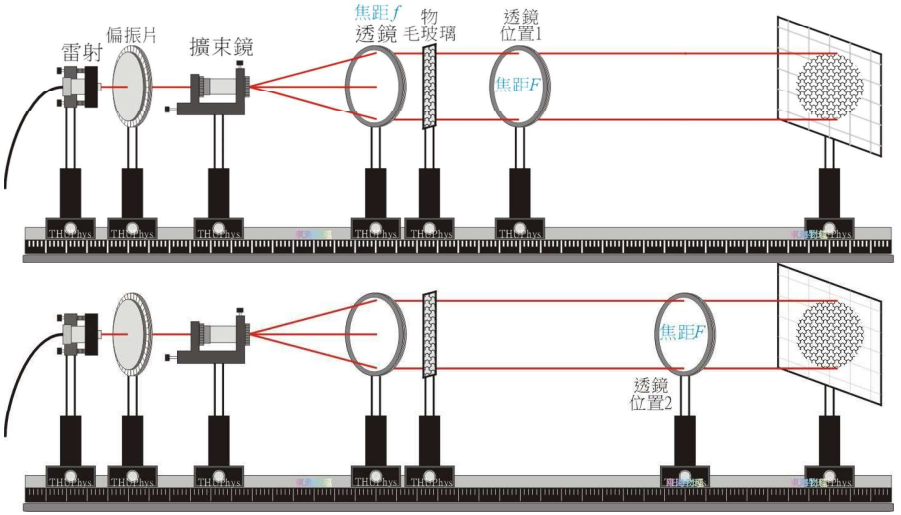
2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

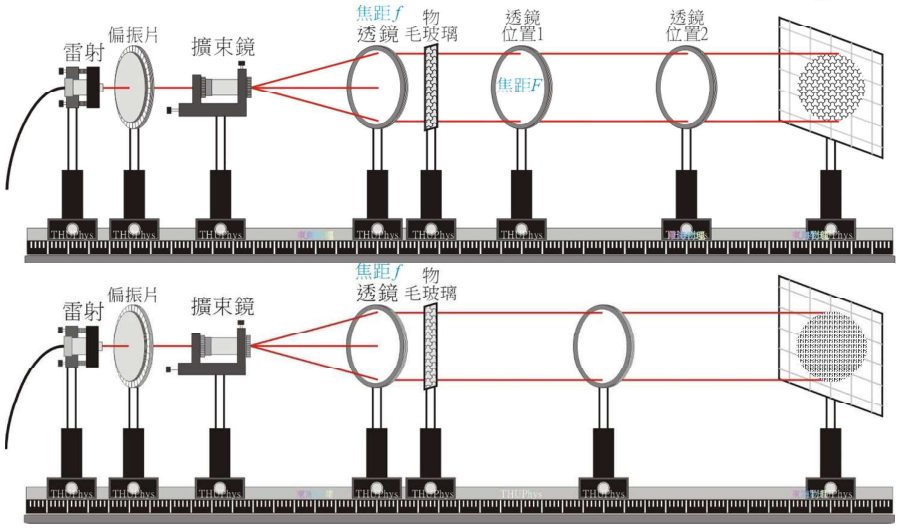
4-光線追跡法-雙透鏡

1）共軛法

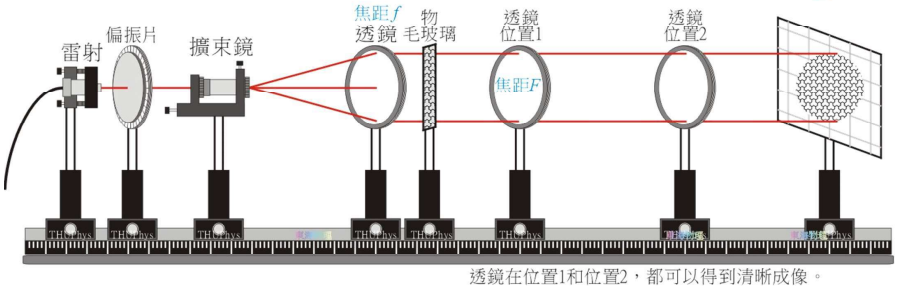
透鏡在位置1或是位置2均可得到清晰成像。 ← 物與屏幕距離 A（A>4F）



透鏡在位置1或是位置2均可得到清晰成像。
其他位置，模糊影像。 ← 物與屏幕距離 A（A>4F）



透鏡在位置1或是位置2均可得到清晰成像。 ← 物與屏幕距離 A（A>4F）



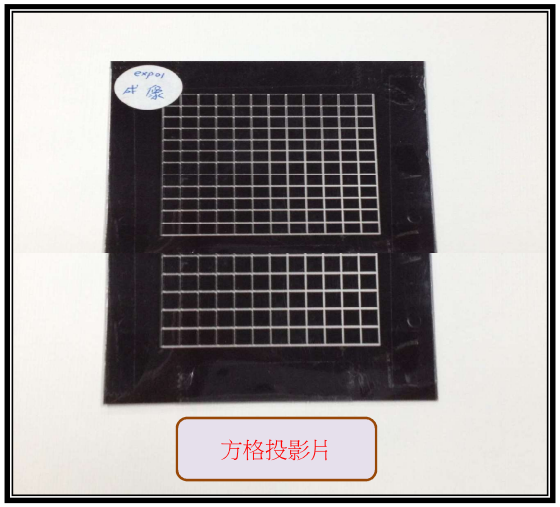
透鏡在位置1和位置2，都可以得到清晰成像。

A>4F

A>>>>>>>>4F...實際操作時，不好找成像位置。 $f = \frac{s_1 s_1'}{s_1 + s_1'} = \frac{A^2 - a^2}{4A}$

PS：透鏡焦距貼在鏡座上

1）共軛法-“物”



透鏡焦距量測

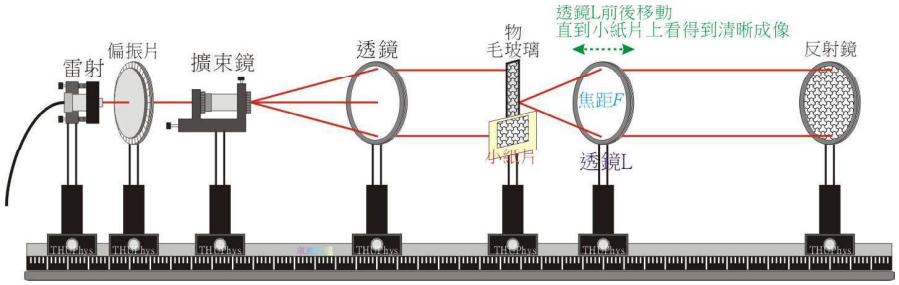
1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

2）自準法



物與透鏡 L 的距離，為透鏡 L 的焦距 F。

透鏡焦距量測

1-共軛法

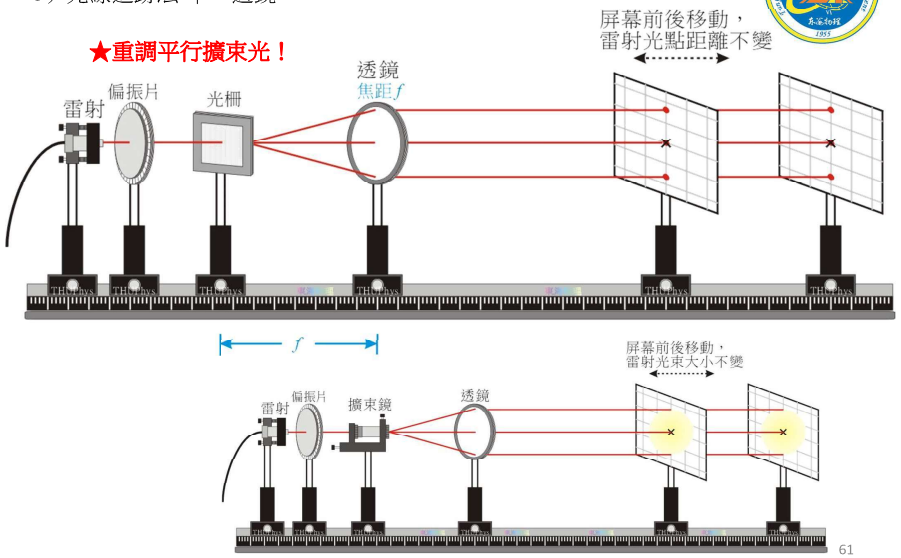
2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡 （（有狀況！））

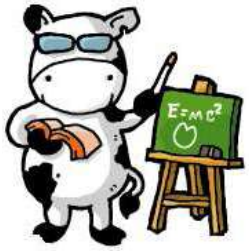
4-光線追跡法-雙透鏡

3）光線追跡法-單一透鏡

★重調平行擴束光！

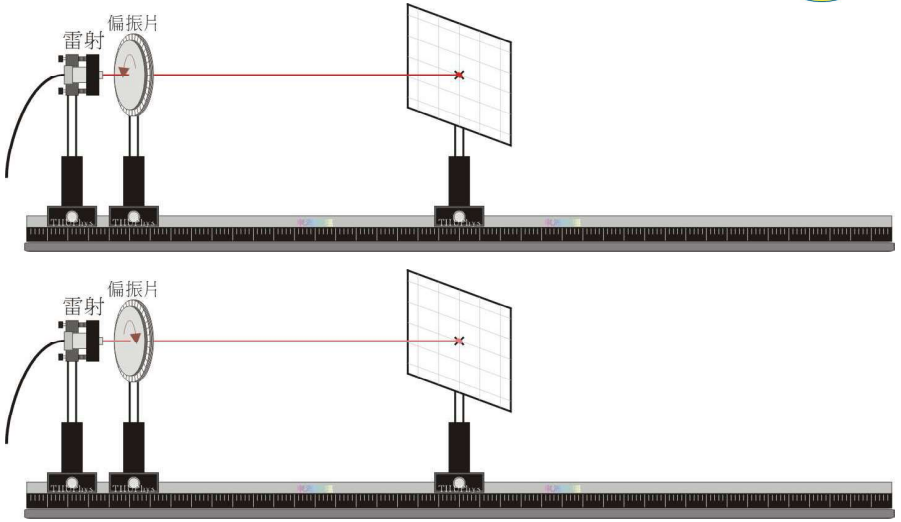


重新建立平行擴束光



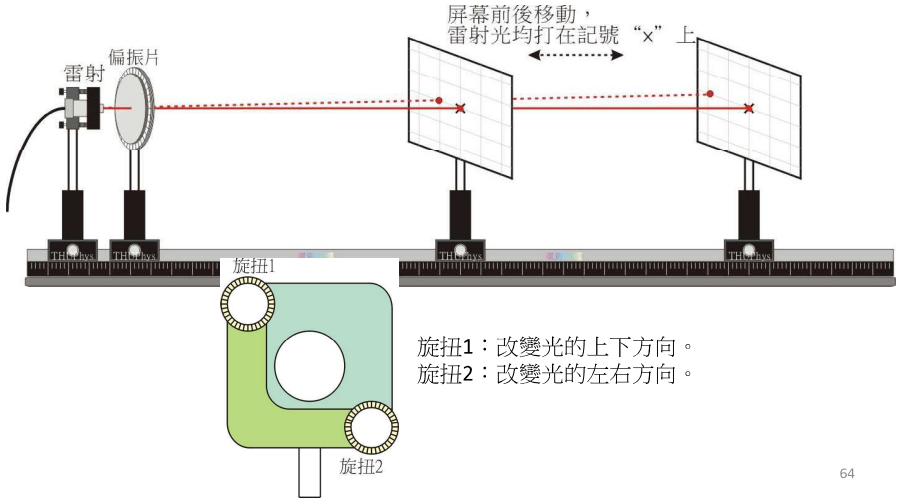
1）調整亮度

利用偏振片調整雷射光亮度，建議對光時調暗些，避免眼睛負擔太大。



2）對光─調整雷射高度、角度

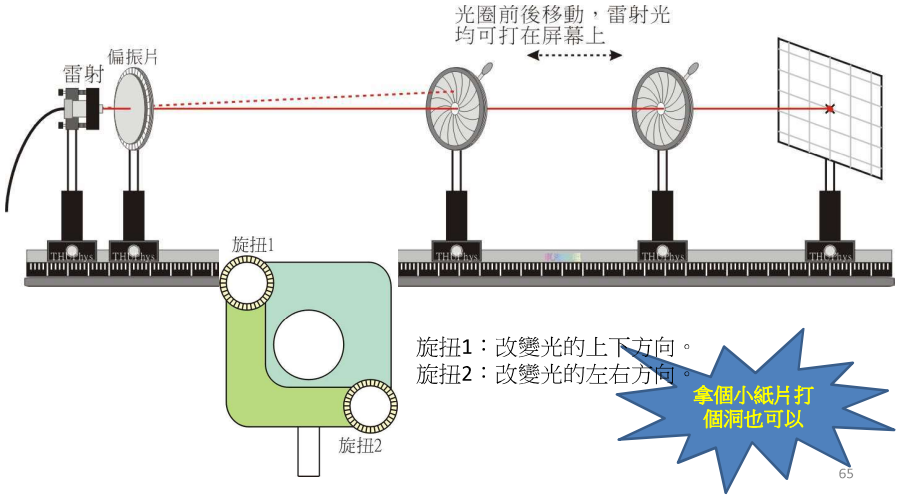
使得光前進方向與滑軌平行─屏幕前後移動時，雷射光均打在屏幕的同一位置上。



旋扭1：改變光的上下方向。
旋扭2：改變光的左右方向。

2）對光—調整雷射高度、角度

使得光前進方向與滑軌平行—光前後移動時，雷射光均可以打到屏幕上。



旋扭1：改變光的上下方向。

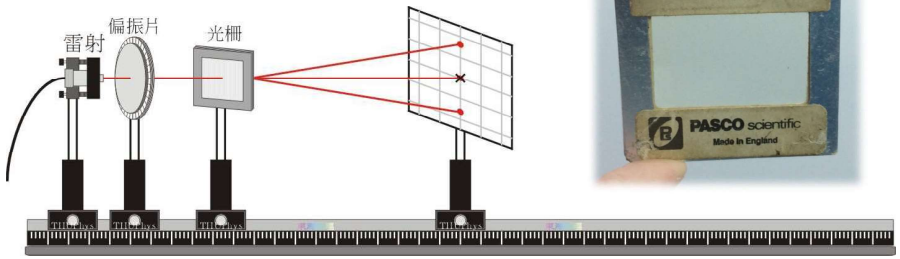
旋扭2：改變光的左右方向。

拿個小紙片打個洞也可以

3）擴束

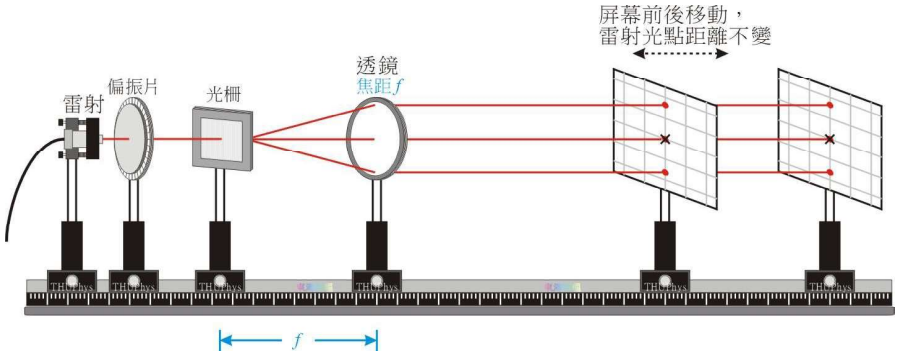
放入光柵，調整光柵高度、角度，使得繞射後的光點打在屏幕上。

本實驗使用的是300 lines/mm光柵



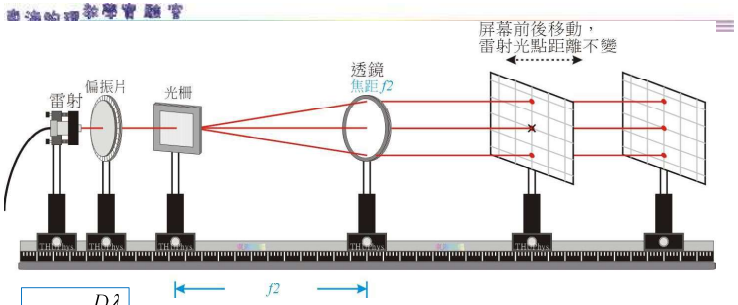
4）平行擴束光

放入透鏡，調整透鏡高度，確定同時會有3個光點打入透鏡。
調整透鏡的前後位置，使得前後移動屏幕時，光點間的距離不會改變。



【問】透鏡大小與焦距有何限制？

本實驗使用的是300 lines/mm光柵
和焦距為10cm的2吋透鏡



$y_m = m\frac{D\lambda}{d}$

$\lambda = 650nm$

光柵300 $line/mm$

透鏡直徑2吋 $\cong 5cm = \Delta y$

$$(5\times10^{-2})m\times\frac{1}{2} = \frac{D\times(650\times10^{-9}\,m)}{\left(\frac{1}{300}\times10^{-3}\,m\right)}$$

三個光點

$$D = \frac{\frac{1}{2}\times5\times10^{-2}\times\frac{1}{300}\times10^{-3}}{650\times10^{-9}} = 0.128m = 12.8cm$$

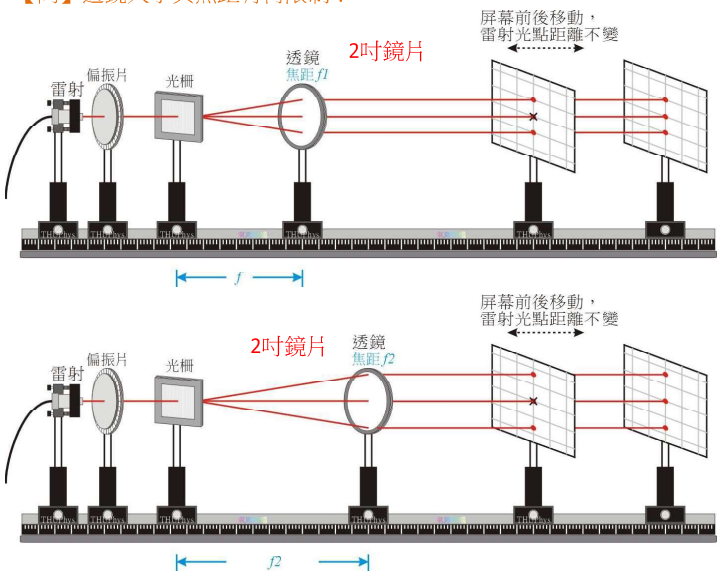
透鏡容許焦距最大值

光柵80 $line/mm \Rightarrow D = 48cm$

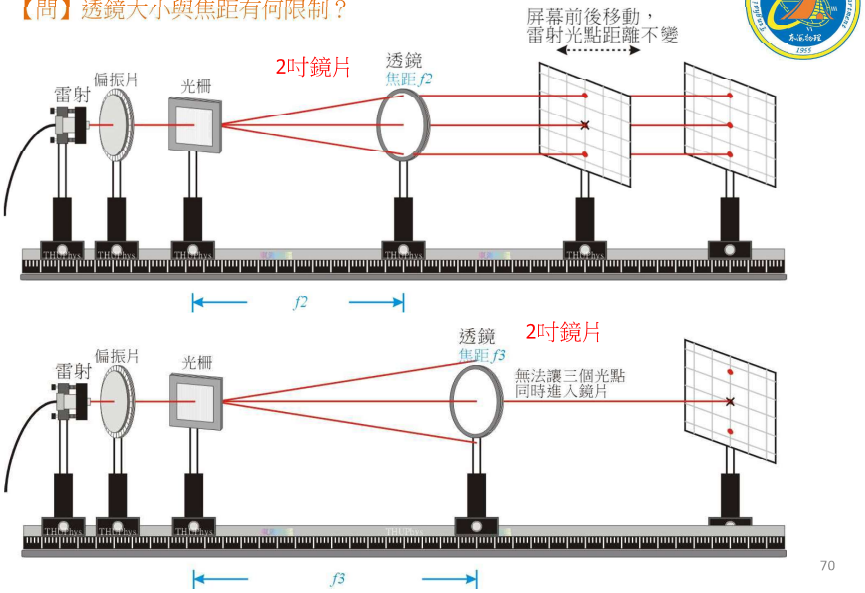
光柵100 $line/mm \Rightarrow D = 38.46cm$

光柵300 $line/mm \Rightarrow D = 12.8cm$

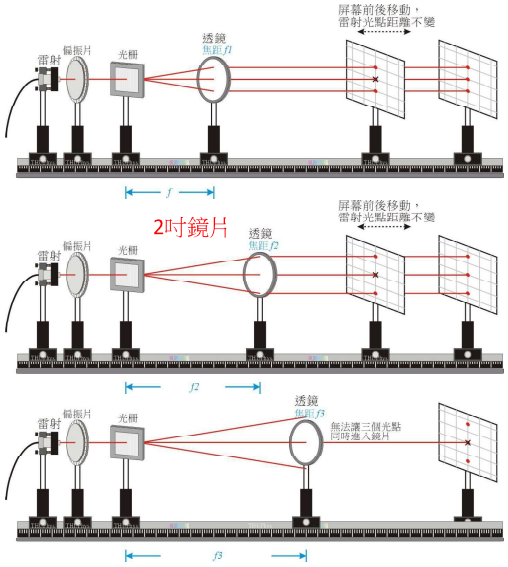
【問】透鏡大小與焦距有何限制？



【問】透鏡大小與焦距有何限制？



【問】透鏡大小與焦距有何限制？



光柵80 $line/mm \Rightarrow D = 48cm$

光柵100 $line/mm \Rightarrow D = 38.46cm$

光柵300 $line/mm \Rightarrow D = 12.8cm$

透鏡焦距量測

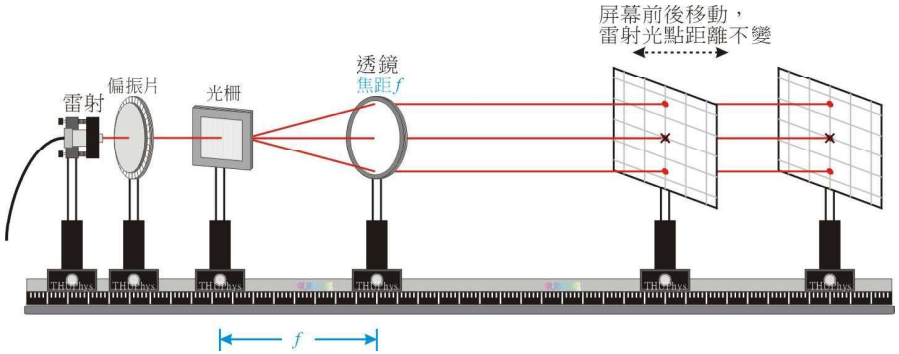
1-共軛法

2-自準法

3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

3）光線追跡法-單一透鏡



透鏡焦距量測

1-共軛法

2-自準法

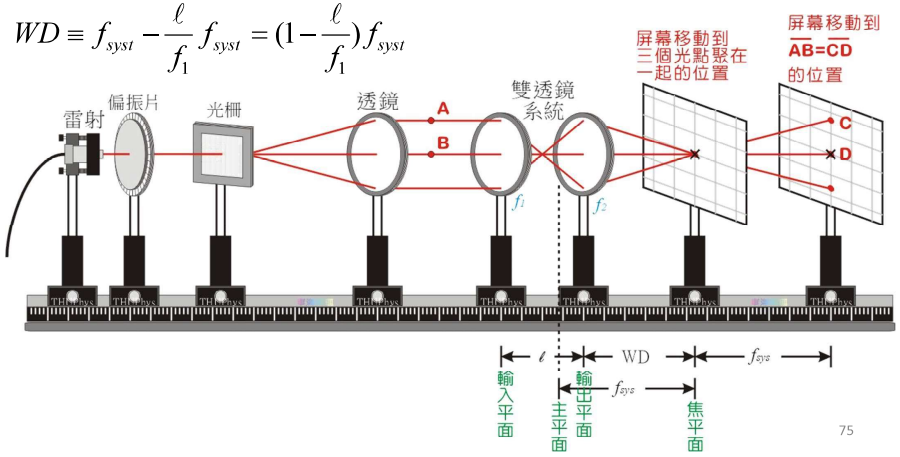
3-光線追跡法-單透鏡

4-光線追跡法-雙透鏡

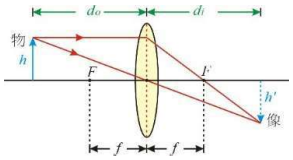
4）光線追跡法-雙透鏡

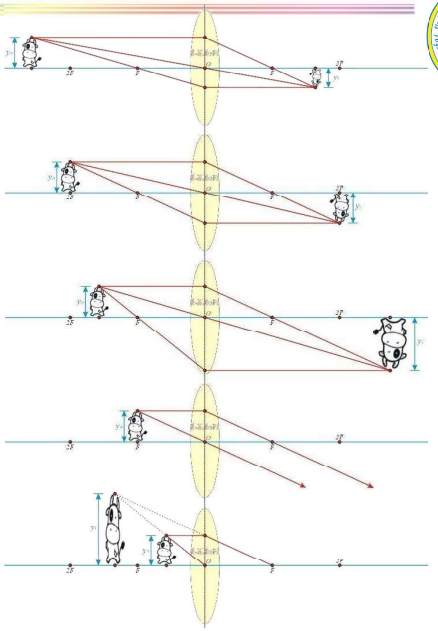
$$\frac{1}{f_{syst}}=\left[\left(1-\frac{\ell}{f_1}\right)\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}\right]=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{\ell}{f_1 f_2}$$

$$WD\equiv f_{syst}-\frac{\ell}{f_1}f_{syst}=(1-\frac{\ell}{f_1})f_{syst}$$

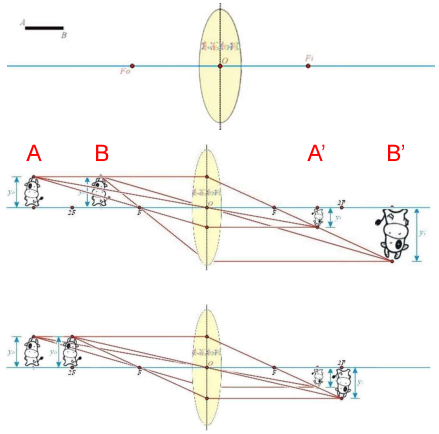


透鏡成像





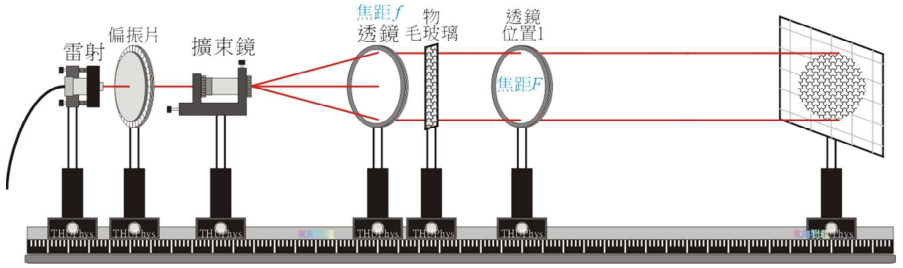
數據分析3中的放大率是所謂的橫向放大率。如果物體在光軸上是有厚度的，則有所謂的縱向放大率，如圖所示。討論如何求縱向放大率？

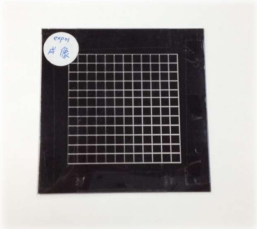


$$m_L = -m_A m_B$$

$$m_L = \frac{A'B'}{AB}$$

透鏡成像





$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f}$$

$$s_1' = \frac{fs_1}{s_1 - f}$$

理論放大率 $m = \frac{s_1'}{s_1} = \frac{f}{s_1 - f}$

像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

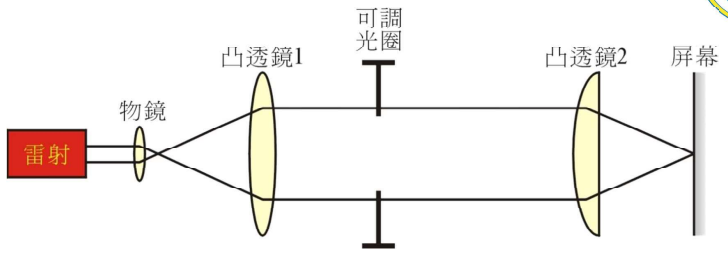
3-像散（Astigmatism）

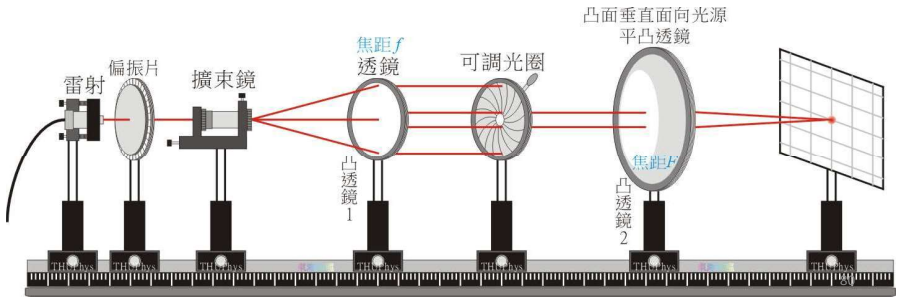
4-場曲（Field curvature）

5-畸變（Distortion）

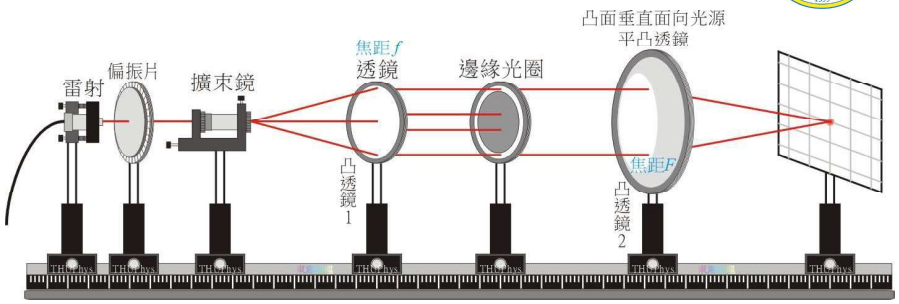
6-色像差（Chromativ aberration）

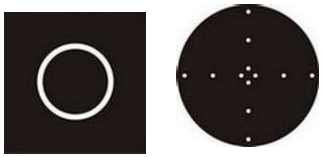
1）球面像差



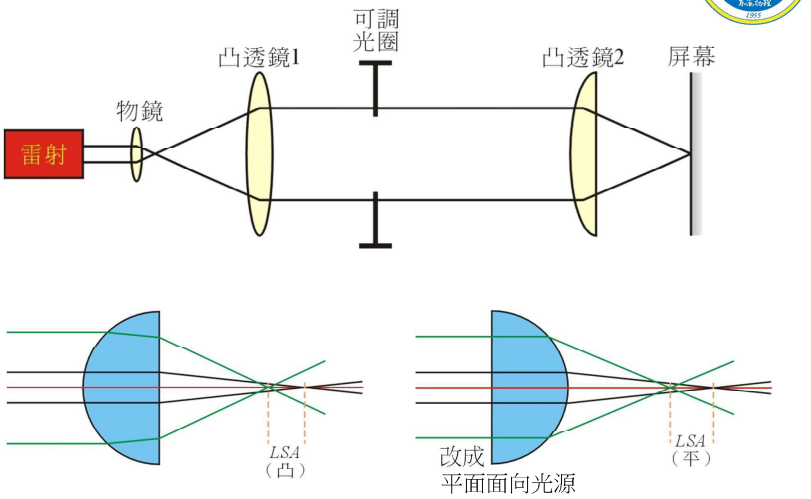


1）球面像差





1）球面像差



像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

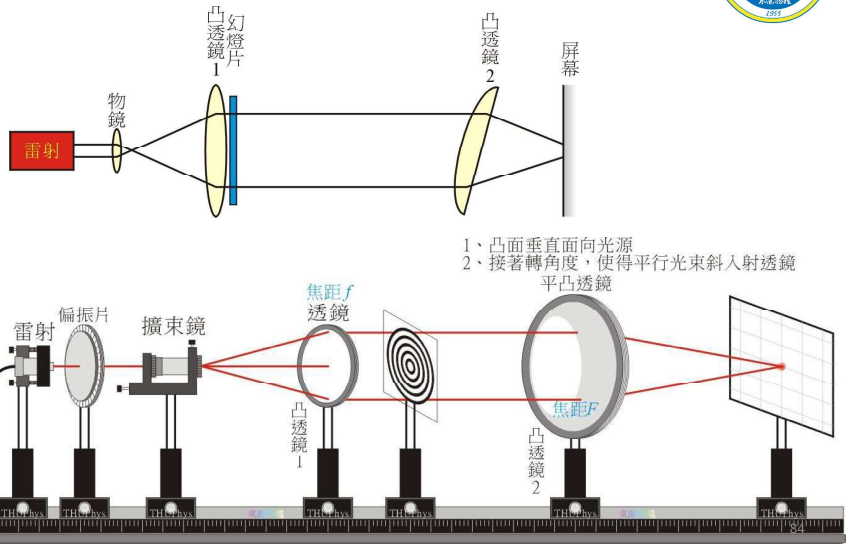
3-像散（Astigmatism）

4-場曲（Field curvature）

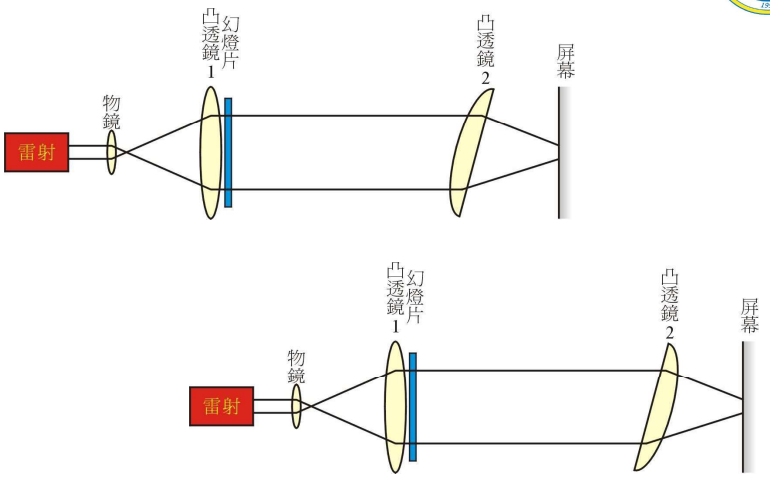
5-畸變（Distortion）

6-色像差（Chromativ aberration）

2）慧差



2）慧差



像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

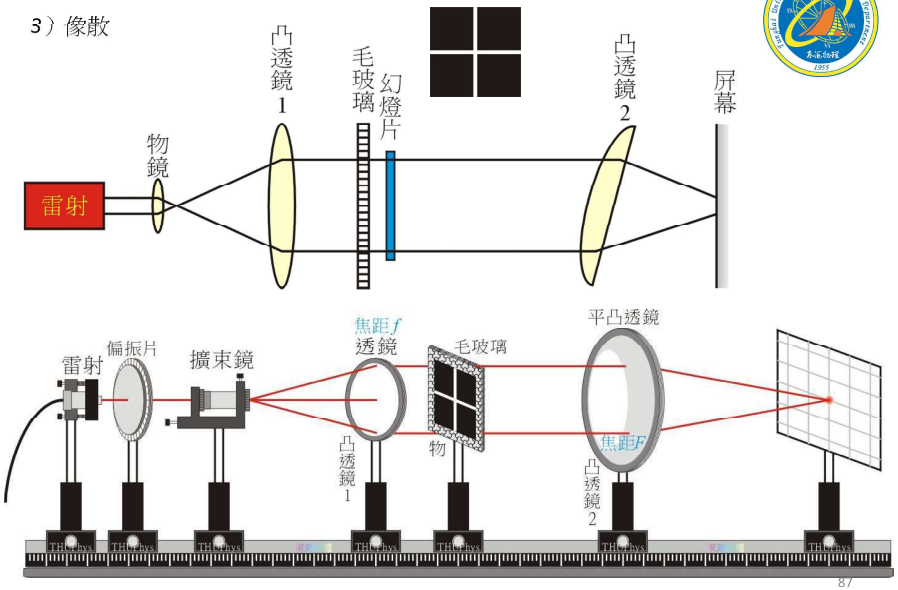
3-像散（Astigmatism）

4-場曲（Field curvature）

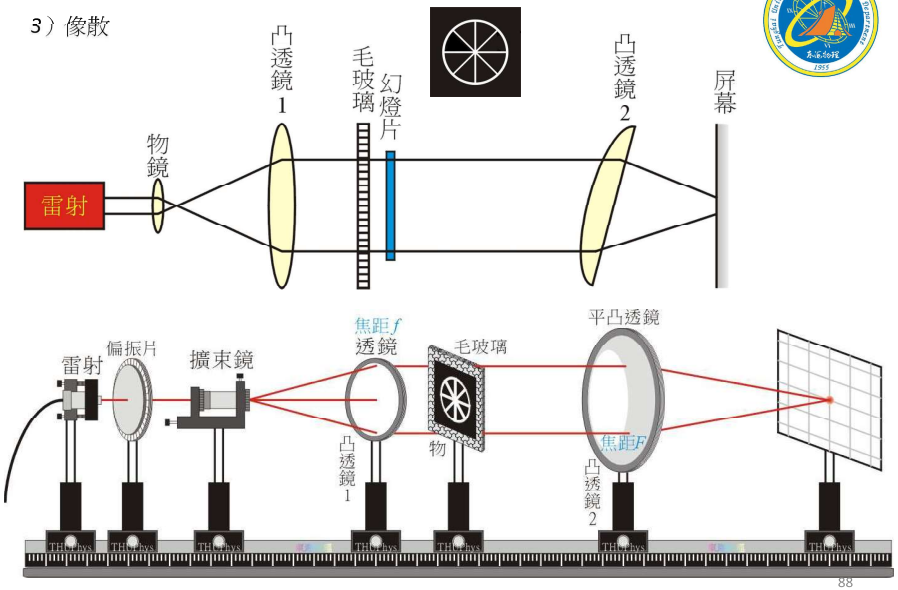
5-畸變（Distortion）

6-色像差（Chromativ aberration）

3）像散



3）像散



像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

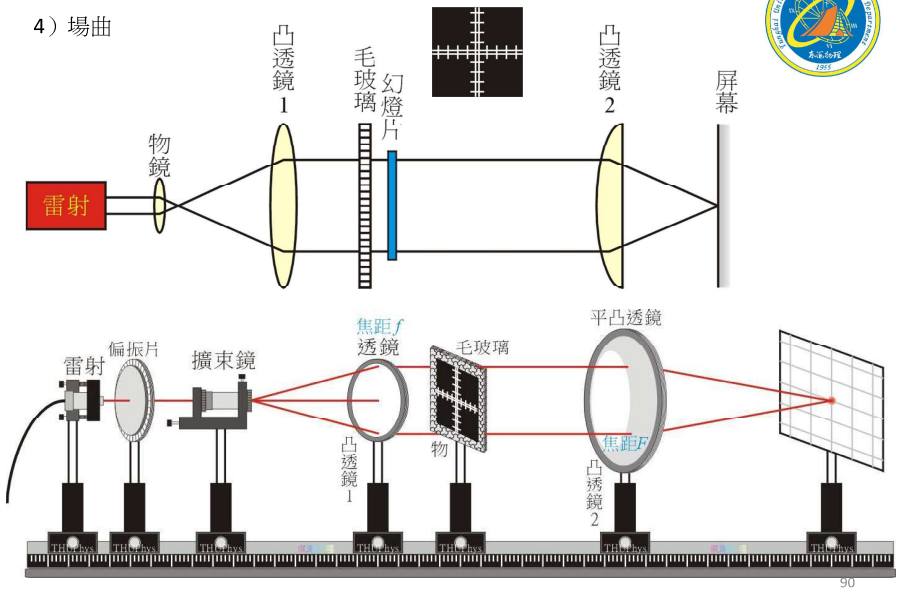
3-像散（Astigmatism）

4-場曲（Field curvature）

5-畸變（Distortion）

6-色像差（Chromativ aberration）

4）場曲



像差（ Abberations）

1-球面像差（Spherical aberration）

2-慧差（Coma aberration）

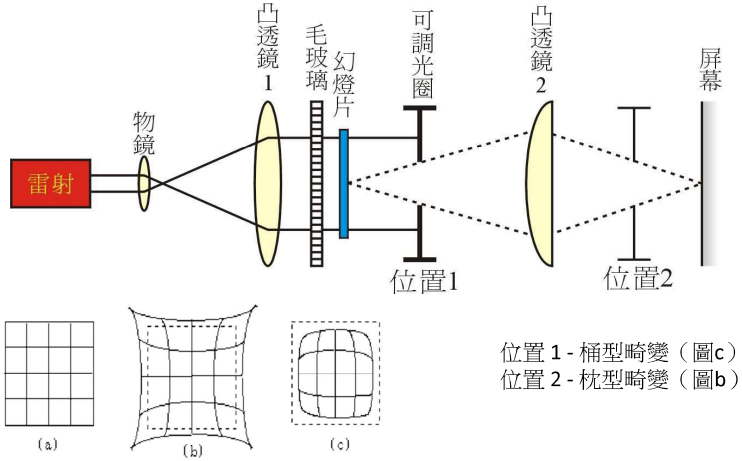
3-像散（Astigmatism）

4-場曲（Field curvature）

5-畸變（Distortion）

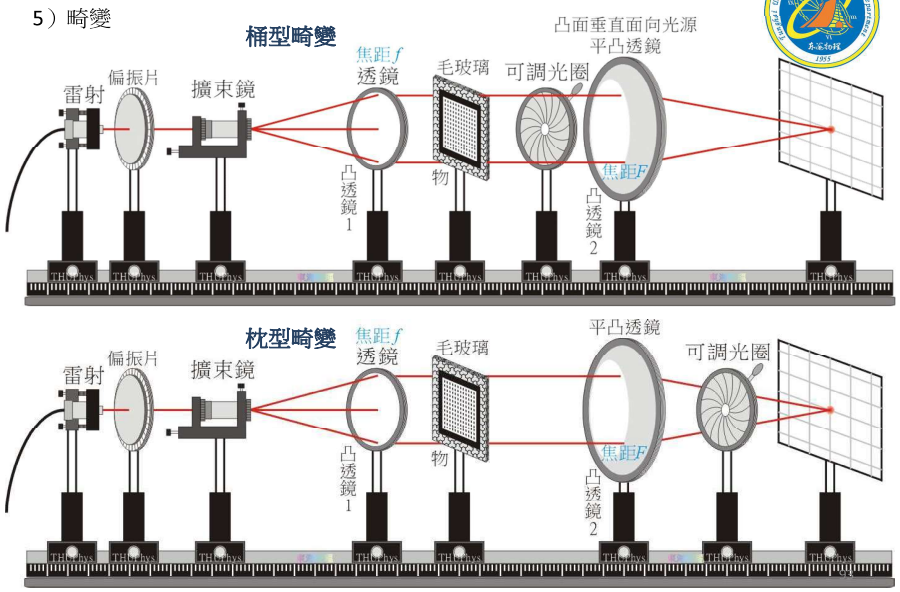
6-色像差（Chromativ aberration）

5）畸變



位置 1 - 桶型畸變（圖c）
位置 2 - 枕型畸變（圖b）

5）畸變



做完實驗

【做完實驗助教要檢查以下項目】

1、數據
- 共軛法
- 自準法
- 光線追跡法-單透鏡
- 光線追跡法-雙透鏡

理論值 與 實驗值 比較

2、球差數據
- 球面面向光源　與　平面面向光源
- 哪一個狀況下球差比較小？

3、照片
- 慧差-小角度、大角度
- 像散-水平清晰、垂直清晰
- 場曲-中間清晰、中間模糊
- 畸變-枕行畸變、桶形畸變

我們沒有最好
只有追求更好

有空繼續補～～

東海大學應用物理學系
地址：40704台中市西屯區東海大學BOX803
電話：04-23590121*32100
網址：http://physics.thu.edu.tw/